

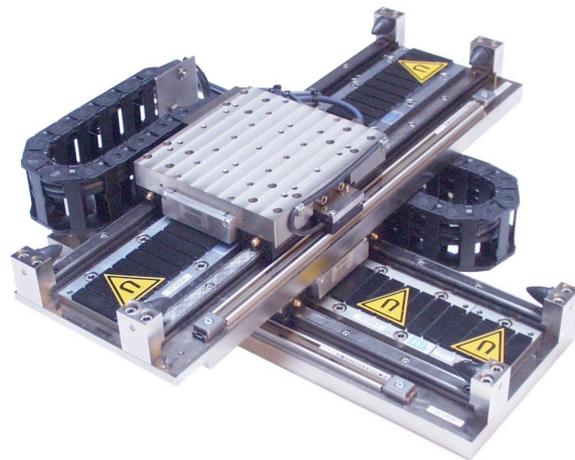
---

## *Systemes électromécaniques*

---

### **Chapitre 04** *MOTEURS SYNCHRONES À AIMANTS PERMANENTS AC sans collecteur*

---





# T A B L E D E S M A T I E R E S

PAGE

<b>4. MOTEURS SYNCHRONES À AIMANTS PERMANENTS.....</b>	<b>1</b>
4.1 INTRODUCTION.....	1
4.2 INTERACTION ENTRE DEUX VOIES D'AIMANTS .....	1
4.3 CRÉATION D'UN CHAMP D'INDUCTION MAGNÉTIQUE DE DÉPLACEMENT .....	5
4.3.1 Généralités .....	5
4.4 MOTEURS AC SANS COLLECTEUR (AC BRUSHLESS) .....	6
4.4.1 Production d'un champ d'induction magnétique pulsant .....	6
4.4.2 Relation entre position mécanique et angle électrique ou magnétique.....	7
4.4.2.1 Cas des moteurs linéaires.....	7
4.4.2.2 Cas des moteurs rotatifs.....	7
4.4.3 Représentation d'une onde pulsante .....	7
4.4.4 Production d'un champ magnétique de déplacement .....	9
4.4.4.1 Généralités .....	9
4.4.4.2 Cas général d'un système polyphasé .....	9
4.4.5 Cas particulier d'un système monophasé.....	10
4.4.6 Cas particulier d'un système biphasé .....	11
4.4.6.1 Distribution du champ d'induction magnétique et onde progressive .....	11
4.4.6.2 Observation du flux magnétique.....	12
4.4.6.3 Transformation de coordonnées.....	14
4.4.6.4 Couple et force électromagnétique .....	15
4.4.6.5 Tensions induites de mouvement.....	17
4.4.6.6 Corrélation entre les distributions $K_E$ et $K_T$ ( $K_F$ ).....	18
4.4.7 Cas particulier d'un système triphasé .....	19
4.4.7.1 Observation du flux magnétique.....	20
4.4.7.2 Opérateur complexe.....	22
4.4.7.3 Transformation d'un système triphasé en un système biphasé sur référentiel fixe $\{\alpha^S\beta^S\}$ .....	22
4.4.7.4 Transformation directe système triphasé $\rightarrow$ biphasé sur référentiel tournant $\{\alpha^r\beta^r\}$ .....	24
4.4.7.5 Transformation inverse d'un système triphasé en un système biphasé .....	24
4.4.7.6 Transformation inverse système triphasé $\rightarrow$ biphasé sur référentiel tournant $\{\alpha^r\beta^r\}$ .....	24
4.4.7.7 Couple et force électromagnétique .....	24
4.4.7.8 Tensions induites de mouvement.....	27
4.4.7.9 Corrélation entre les distributions $K_E$ et $K_T$ ( $K_F$ ).....	29
4.5 MOTEUR COMMANDE EN COURANT EN BOUCLE OUVERTE .....	31
4.5.1 Introduction.....	31
4.5.2 Moteur biphasé .....	31
4.5.2.1 Cas général.....	31
4.5.2.2 Modélisation de la commande en courant en boucle ouverte.....	31
4.5.2.3 Cas particulier .....	34
4.5.3 Moteur triphasé .....	34
4.5.3.1 Cas général.....	34
Modélisation de la commande en courant en boucle ouverte .....	34
4.5.3.2 Transformation du modèle en un système biphasé.....	35
4.5.3.3 Cas particulier.....	36
4.5.4 Démarrage d'un moteur AC synchrone commandé en courant en boucle ouverte .....	36
4.5.5 Interprétation des résultats .....	38
4.5.5.1 Analogie mécanique. ....	38
4.6 MOTEUR COMMANDÉ EN COURANT EN BOUCLE FERMÉE.....	43
4.6.1 But de la commande en courant en boucle fermée .....	43
4.6.2 Moteur biphasé commandé en courant en boucle fermée.....	43
4.6.2.1 Représentation vectorielle.....	44
4.6.3 Moteur triphasé commandé en courant en boucle fermée .....	45

4.6.3.1	Représentation vectorielle.....	46
4.7	COMMANDE EN TENSION EN BOUCLE OUVERTE .....	48
4.7.1	Généralités .....	48
4.7.2	Moteur biphasé commandé en tension en boucle ouverte .....	48
4.7.3	Moteur triphasé commandé en tension en boucle ouverte.....	49
4.8	COMMANDE EN TENSION EN BOUCLE FERMÉE.....	52
4.8.1	But de la commande en tension en boucle fermée.....	52
4.8.2	Moteur biphasé commandé en tension en boucle fermée .....	52
4.8.3	Moteur triphasé commandé en tension en boucle fermée.....	54
4.9	ÉLÉMENTS DE DESIGN DES MOTEURS AC SYNCHRONES À AIMANTS PERMANENTS .....	55
4.9.1	Définition du terme AC .....	55
4.9.2	Les types de bobinages .....	55
4.9.2.1	Bobinages rhombiques.....	55
4.9.2.2	Bobinages répartis .....	55
4.9.2.3	Bobinages concentriques .....	56
4.9.3	Forme des aimants et nature de l'aimantation .....	56
4.9.3.1	Aimantation parallèle.....	56
4.9.4	Interaction entre une bobine et une voie d'aimants .....	57
4.9.4.1	Allure de la tension induite.....	58
4.10	EXEMPLE DE MOTEURS AC SYNCHRONES À AIMANTS PERMANENTS .....	61
4.10.1.1	Moteurs haute vitesse .....	61
4.10.1.2	Moteurs linéaires .....	61
4.10.1.3	Moteurs couples.....	62

## Bibliographie

## 4. MOTEURS SYNCHRONES À AIMANTS PERMANENTS

### 4.1 INTRODUCTION.

Les transducteurs électrodynamiques étudiés au chapitre 3 ne permettent pas de grands déplacements linéaires ou angulaires. Les raisons de ces limitations sont à rechercher au niveau de la saturation du circuit magnétique lorsque sa longueur devient trop importante, voir pour les moteurs rotatifs l'impossibilité de refermer le circuit magnétique. Il est donc de première importance de trouver une autre structure pour ce type de moteur.

### 4.2 INTERACTION ENTRE DEUX VOIES D'AIMANTS

Afin de bien comprendre le problème, étudions dans le détail l'interaction entre deux voies d'aimants placées selon la Figure 4-1

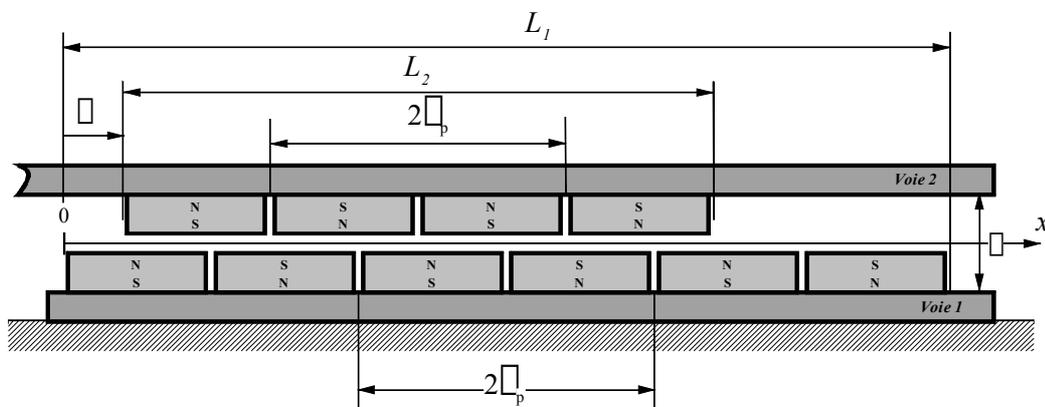


Figure 4-1 : Interaction entre deux voies d'aimants

La perméabilité relative des aimants étant très proche de celle de l'air, il est raisonnable de faire l'hypothèse que l'entrefer est constant. De plus pour des raisons de simplification, on commence par admettre que la distribution du champ d'induction magnétique dans l'entrefer est sinusoïdale et que les aimants ont tous les mêmes dimensions.

$$B_1(x) \Big|_{L_1=2k\tau_p}^0 = B_{1\max} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right)$$

$$B_2(x) \Big|_{\Delta+L_2=\Delta+2n\tau_p}^{\Delta} = B_{2\max} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} (x - \Delta)\right)$$

4.1

$L_1$  et  $L_2$  correspondent à la longueur des voies. Ces longueurs sont des multiples de 2 pas polaire  $\tau_p$  (nombres entiers de couples d'aimants).

Dans ce cas, il est intéressant de voir quelle sera la distribution de la force en fonction de la position relative  $\Delta$  des deux voies d'aimants. La Figure 4-2 montre les distributions d'induction, issues de chaque voie, dans l'entrefer

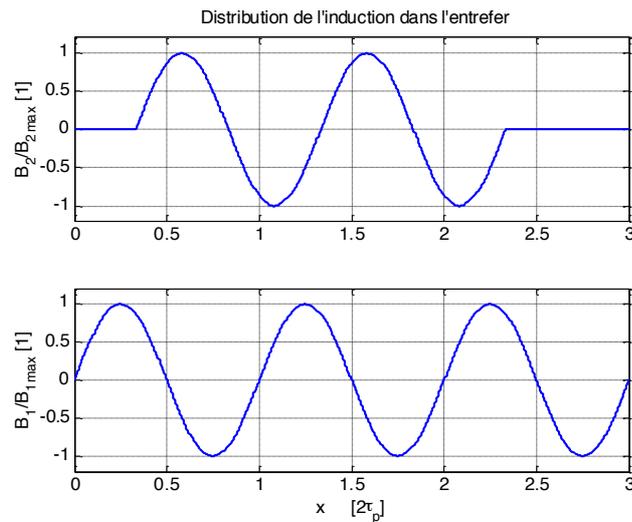


Figure 4-2 : Distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer

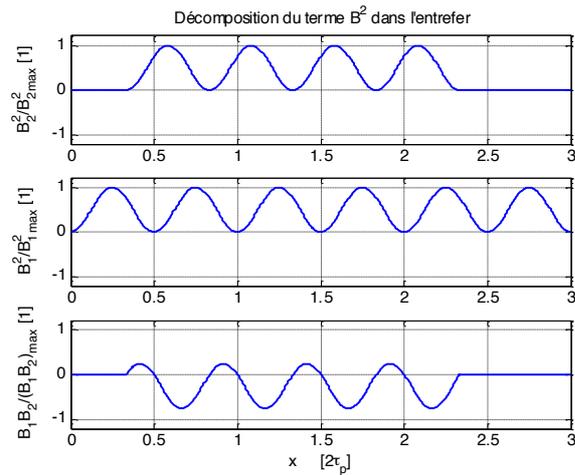
L'énergie magnétique dans l'entrefer est donnée par la relation

$$\begin{aligned}
 W_{mag}(\Delta, x) &= \iint_V HdBdV \underbrace{=}_{\text{milieu linéaire}} \int_V \frac{1}{2\mu_0} B^2 dV \\
 &= \frac{1}{2} \frac{h\delta}{\mu_0} \int_0^{L_1} B^2(x) dx = \frac{1}{2} \frac{h\delta}{\mu_0} \int_0^{L_1} (B_1(x) + B_2(x - \Delta))^2 dx \\
 &= \underbrace{\frac{1}{4} \frac{h\delta}{\mu_0} L_1 B_{1max}^2}_{W_1} + \underbrace{\frac{1}{4} \frac{h\delta}{\mu_0} L_2 B_{2max}^2}_{W_2} + \underbrace{\frac{h\delta}{\mu_0} \int_{\Delta}^{\Delta+L_2} B_1(x) B_2(x - \Delta) dx}_{W_{12}} \\
 &= W_1 + W_2 + W_{12}(\Delta, x)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

L'énergie emmagasinée dans l'entrefer peut être décomposée en trois parties. Seule l'énergie magnétique moyenne  $W_{12}$  résultant de l'interaction entre les deux voies est fonction de la position relative entre ces dernières.

$$\begin{aligned}
 W_{12}(\Delta, x) &= \frac{h\delta}{\mu_0} \int_{\Delta}^{\Delta+L_2} B_{1max} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p}(x)\right) B_{2max} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p}(x - \Delta)\right) dx \\
 &= \frac{h\delta}{\mu_0} B_{1max} B_{2max} \int_{\Delta}^{\Delta+L_2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p}(x)\right) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p}(x - \Delta)\right) dx \\
 &= \frac{1}{2} \frac{h\delta}{\mu_0} L_2 B_{1max} B_{2max} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} \Delta\right)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

La Figure 4-3 illustre les formes des distributions de chaque terme de  $B^2$  dans l'entrefer.

Figure 4-3 : Forme des distributions de chaque terme de  $B^2$  dans l'entrefer

Finalement l'énergie magnétisante totale dans l'entrefer en fonction de la position relative des voies d'aimants s'écrit :

$$\begin{aligned}
 W_{mag}(\Delta, x) &= \iint_V H dB dV \\
 &= \frac{1}{4} \frac{h\delta}{\mu_0} L_1 B_{1max}^2 + \frac{1}{4} \frac{h\delta}{\mu_0} L_2 B_{2max}^2 + \frac{1}{2} \frac{h\delta}{\mu_0} L_2 B_{1max} B_{2max} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} \Delta\right)
 \end{aligned} \quad 4.4$$

La force engendrée par le déplacement relatif des deux voies vaut :

$$\begin{aligned}
 F_{em} &= \left. \frac{\partial W_{mag}(\Delta)}{\partial \Delta} \right|_{\theta_a} = \frac{\partial}{\partial \Delta} (W_1 + W_2 + W_{12}(\Delta)) = \frac{\partial W_{12}(\Delta)}{\partial \Delta} \\
 &= \frac{\partial}{\partial \Delta} \left( \frac{1}{2} h\delta L_2 B_{1max} B_{2max} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} \Delta\right) \right) = -\frac{1}{2} \frac{h\delta}{\mu_0} L_2 B_{1max} B_{2max} \frac{\pi}{\tau_p} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} \Delta\right)
 \end{aligned} \quad 4.5$$

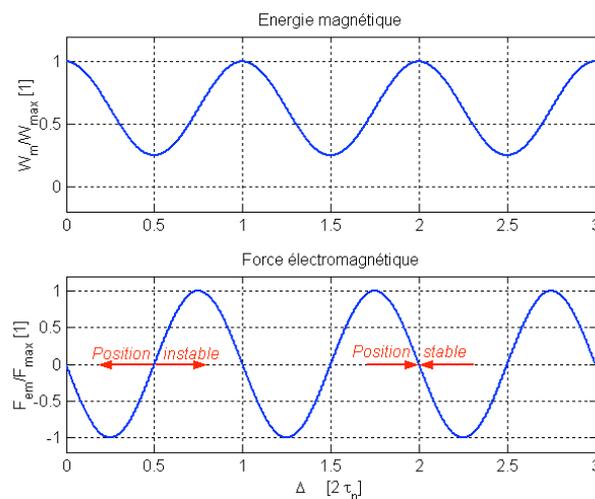


Figure 4-4 : Energie magnétique et force électromagnétique

Le graphique de la partie supérieure de la Figure 4-4 illustre la variation de l'énergie magnétique rapportée à sa valeur maximum en fonction de la position relative des deux voies d'aimants.

Calculons la force longitudinale entre les deux voies d'aimants par la méthode de la dérivée de la coénergie (voir chapitre 2).

$$F_{em} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \frac{\partial \phi_{21n}}{\partial \Delta} \vartheta_{a2n} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \frac{\partial \phi_{12n}}{\partial \Delta} \vartheta_{a1n} \quad 4.6$$

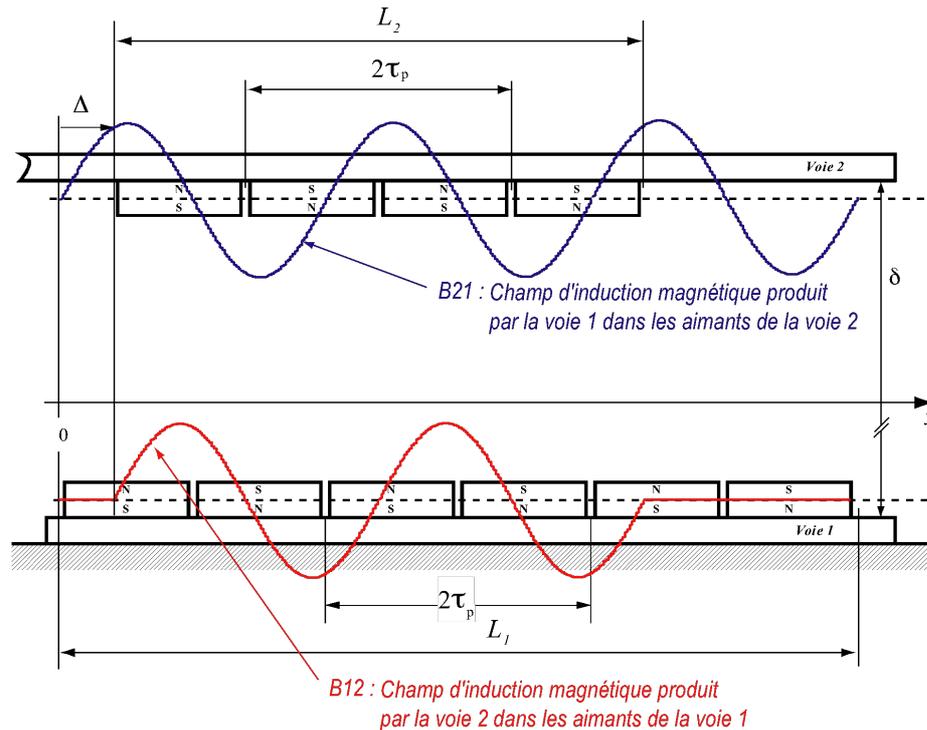


Figure 4-5 : Inductions mutuelles entre deux voies d'aimants

En s'inspirant de la Figure 4-5, on peut écrire pour le flux dans un aimant de la voie 2 produit par les aimants de la voie 1,

$$\phi_{21n} = \int_{\Delta}^{\tau_p + \Delta} B_{21n} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) h dx = \frac{2}{\pi} B_{21n} h \tau_p \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} \Delta\right) = \phi_{21n} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} \Delta\right) \quad 4.7$$

et pour le flux dans un aimant de la voie 2 produit par les aimants de la voie 1

$$\phi_{12n} = \int_0^{\tau_p} B_{12n} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \Delta\right) h dx = \frac{2}{\pi} B_{12n} h \tau_p \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} \Delta\right) = \phi_{12n} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} \Delta\right) \quad 4.8$$

- avec
- $h\tau_p$  : surface d'un aimant,
  - $2/\pi B_{21}$  : la valeur moyenne du champ d'induction magnétique produit par un aimant de la voie 1 à la hauteur de la voie 2,
  - $2/\pi B_{12}$  : valeur moyenne du champ d'induction magnétique produit par un aimant de la voie 2 à la hauteur de la voie 1.

Le nombre d'aimants de la voie 2 peut être défini comme

$$n = \frac{L_2}{\tau_p} \quad 4.9$$

La force totale vaut donc

$$\begin{aligned} F_{em} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \Delta} \left( \phi_{21} \frac{L_2}{\tau_p} \cos \left( \frac{\pi}{\tau_p} \Delta \right) \vartheta_{a2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \Delta} \left( \phi_{12} \frac{L_2}{\tau_p} \cos \left( \frac{\pi}{\tau_p} \Delta \right) \vartheta_{a1} \right) \\ &= -\frac{\pi}{2} \frac{L_2}{\tau_p^2} (\phi_{21} \vartheta_{a2} + \phi_{12} \vartheta_{a1}) \sin \left( \frac{\pi}{\tau_p} \Delta \right) \end{aligned} \quad 4.10$$

Cette relation est comparable à la relation 4.5.

### 4.3 CRÉATION D'UN CHAMP D'INDUCTION MAGNÉTIQUE DE DÉPLACEMENT

#### 4.3.1 Généralités

En remplaçant une des voies d'aimants par un système électromagnétique créant un champ se déplaçant linéairement dans la direction de la voie d'aimants fixe, il est possible de créer une force permettant à la partie mobile de se déplacer. Les Figure 4-6 et Figure 4-7 illustrent deux types de moteurs linéaires. Le premier possède une partie mobile constituée d'un circuit magnétique dans lequel est placé des bobines. En alimentation judicieusement ces bobines, il est possible de créer un champ d'induction magnétique dans l'entrefer qui se déplace dans le sens de la voie d'aimants. La partie mobile est donc soumise à une force qui aura tendance à la mouvoir selon la loi de Newton.

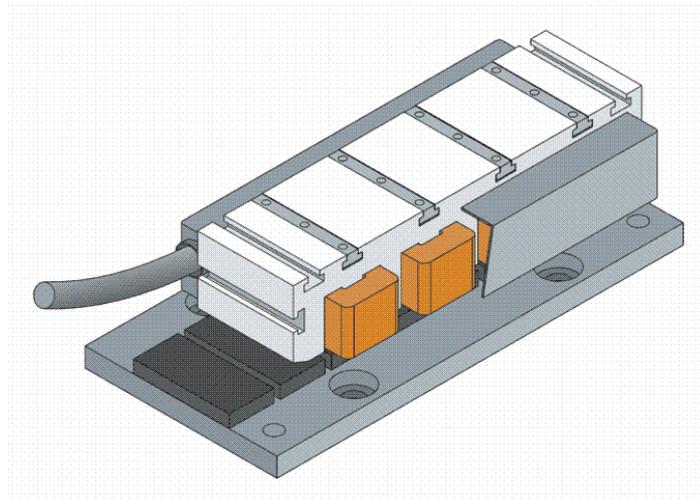


Figure 4-6 : Moteur linéaire à bobines mobiles (Iron Core (ETEL))

Pour des systèmes demandant une forte dynamique, il est possible de s'affranchir du circuit magnétique comme c'est le cas à la Figure 4-7. Comme on peut facilement l'imaginer, la masse à mouvoir est extrêmement faible dans ce cas. Le principal inconvénient de ce type de moteur est la très forte résistance thermique et la très faible capacité thermique de la partie mobile.

Un avantage de la solution dite sans fer (*Ironless*) est que les perméances propres des bobines et des aimants sont constantes en fonction de la position relative voie d'aimants – partie mobile. Dans ce cas il n'y a pas de force réluctante.

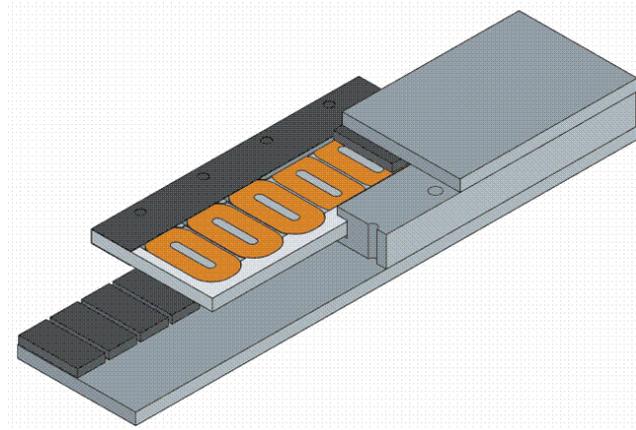


Figure 4-7 : Moteur linéaire à bobine mobile (Ironless (ETEL))

#### 4.4 MOTEURS AC SANS COLLECTEUR (AC BRUSHLESS)

Il existe de multiples définitions des moteurs AC sans collecteur. Nous retiendrons ici celle qui semble la plus logique. **Les moteurs AC sans collecteur sont des moteurs dont le couplage électromagnétique entre les aimants du rotor et les phases du stator varie sinusoïdalement avec la position. Pour ce type de moteur, la forme (distribution) optimale des courants de phases est aussi sinusoïdale.**

##### 4.4.1 Production d'un champ d'induction magnétique pulsant

La création d'un champ de déplacement fait appel à deux notions distinctes. Pour des raisons de compréhension, il est judicieux de présenter la manière de créer un champ d'induction magnétique pulsant.

Soit un circuit magnétique (stator) constitué d'une suite de bobines qui lorsqu'elles sont traversées par un courant constant donnent un champ d'induction magnétique dont la distribution spatiale est purement sinusoïdale.

$$B(x) = B_{\max} \cos(\vartheta_e) \quad 4.11$$

En alimentant les bobines avec un courant sinusoïdal

$$i(t) = I_{\max} \cos(\omega t) \quad 4.12$$

il y a création d'un champ pulsant. En effet pour une position quelconque sous le circuit magnétique, l'amplitude du champ d'induction magnétique varie proportionnellement avec le courant. Dans ce cas, on peut écrire

$$B(x, \omega t) = \underbrace{B_{\max}}_{\propto I_{\max}} \cos(\vartheta_e) \cos(\omega t) \quad 4.13$$

On peut représenter le champ d'induction magnétique  $B(\vartheta_e, \omega t)$  comme la projection sur l'axe réel d'un vecteur complexe dont l'amplitude vaut  $B(\vartheta_e)$  et la phase  $\omega t$ .

La relation 4.13 peut être écrite sous la somme de deux ondes, l'une progressive, l'autre rétrograde.

$$B(x, \omega t) = \frac{1}{2} B_{\max} \left( \underbrace{\cos(\vartheta_e - \omega t)}_{\text{onde progressive}} + \underbrace{\cos(\vartheta_e + \omega t)}_{\text{onde rétrograde}} \right) \quad 4.14$$

#### 4.4.2 Relation entre position mécanique et angle électrique ou magnétique

Une période de la distribution du champ d'induction magnétique correspond à une largeur de deux aimants, soit deux pas polaires.

##### 4.4.2.1 Cas des moteurs linéaires

La relation liant la position linéaire à l'angle magnétique est définie comme

$$\vartheta_e = \frac{\pi}{\tau_p} x \quad 4.15$$

##### 4.4.2.2 Cas des moteurs rotatifs

Pour les moteurs rotatifs, on a

$$\vartheta_e = p \vartheta_m \quad 4.16$$

Où  $p$  représente le nombre de paires de pôles, soit le nombre de paire d'aimants au rotor. La relation liant un déplacement linéaire à un déplacement angulaire vaut donc

$$p \vartheta_m = \frac{\pi}{\tau_p} x \quad 4.17$$

La Figure 4-8 illustre le cas d'un moteur rotatif

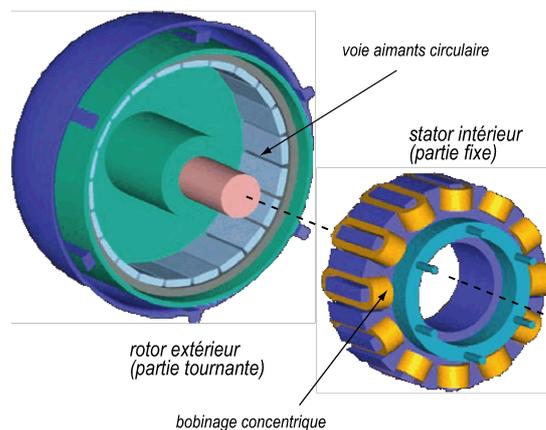


Figure 4-8 : Moteur rotatif synchrone à aimants permanents

#### 4.4.3 Représentation d'une onde pulsante

La Figure 4-9 montre une représentation possible d'une onde pulsante produite par un groupe de bobines connectées en série, placées à distance égale les unes des autres et traversées par un courant sinusoïdal.

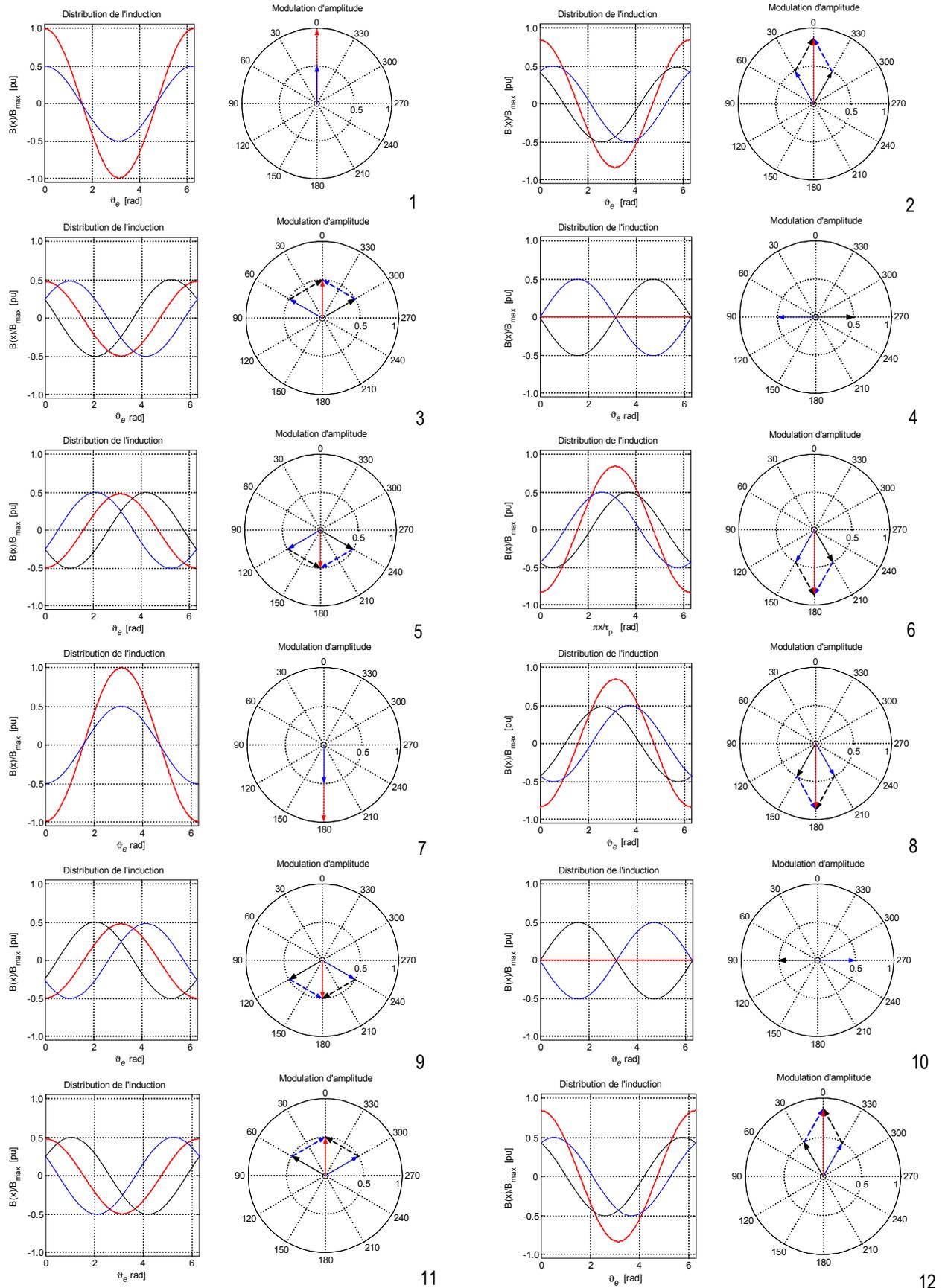


Figure 4-9 : Représentation d'une onde pulsante

#### 4.4.4 Production d'un champ magnétique de déplacement

##### 4.4.4.1 Généralités

A partir de la forme précédente, on peut imaginer la création d'une onde progressive du champ d'induction magnétique. Pour ce faire, il faut disposer d'au moins deux groupes de bobines indépendantes. Chaque groupe de bobines constitue une phase. On se trouve donc en présence d'un système polyphasé de m phases.

Onde pulsante correspondant à la phase k

$$B_k(\vartheta_e, \omega t) = B_{\max} \cos(\vartheta_e - (k-1)\alpha) \cos(\omega t - (k-1)\beta)$$

$$= \frac{1}{2} B_{\max} \left( \underbrace{\cos(\vartheta_e - \omega t - (k-1)(\alpha - \beta))}_{\text{onde progressive}} + \underbrace{\cos(\vartheta_e + \omega t - (k-1)(\alpha + \beta))}_{\text{onde rétrograde}} \right) \quad 4.18$$

Une onde progressive se déplace dans le sens positif de l'axe x.

Une onde rétrograde se déplace dans le sens négatif de l'axe x.

avec :  $\alpha$  : déphasage spatial (déphasage géométrique des bobines rapporté à un angle électrique)  
 $\beta$  : déphasage temporel (déphasage des courants de phase produisant les champs d'induction magnétique  $B_1$  et  $B_2$ )

##### 4.4.4.2 Cas général d'un système polyphasé

Lorsqu'on alimente les m phases, on obtient le champ d'induction magnétique suivant :

$$B(\vartheta_e, \omega t) = \sum_{k=1}^m B_k(\vartheta_e, \omega t) = \frac{1}{2} B_{\max} \left( \underbrace{\sum_{k=1}^m \cos(\vartheta_e - \omega t - (k-1)(\alpha - \beta))}_{\text{onde progressive}} \right)$$

$$+ \frac{1}{2} B_{\max} \left( \underbrace{\sum_{k=1}^m \cos(\vartheta_e + \omega t - (k-1)(\alpha + \beta))}_{\text{onde rétrograde}} \right) \quad 4.19$$

Pour obtenir une onde de champ progressive d'amplitude maximale, il faut que les termes de l'onde directe (onde progressive) soient maximums et que ceux de l'onde inverse (rétrograde) s'annulent.

Il faut donc que:

$$(1) : \sum_{k=1}^m \cos(\vartheta_e - \omega t - (k-1)(\alpha - \beta)) \neq 0$$

$$(2) : \sum_{k=1}^m \cos(\vartheta_e + \omega t - (k-1)(\alpha + \beta)) = 0 \quad 4.20$$

#### 4.4.5 Cas particulier d'un système monophasé

Pour un système monophasé ( $k=1$ ), la relation 4.18 devient :

$$B(\vartheta_e, \omega t) = B_{\max} \cos(\vartheta_e) \cos(\omega t) = \frac{1}{2} B_{\max} \left( \underbrace{\cos(\vartheta_e - \omega t)}_{\text{onde progressive}} + \underbrace{\cos(\vartheta_e + \omega t)}_{\text{onde rétrograde}} \right) \quad 4.21$$

La représentation du champ d'induction magnétique sous forme de phaseur est illustrée par la Figure 4-10. L'axe réel est défini comme l'axe de la phase 1.

Le module du vecteur illustrant le champ d'induction magnétique  $B$  correspond à l'amplitude de la distribution spatiale du champ d'induction magnétique. Cette amplitude vaut  $B_{\max} \cos(\omega t)$ , elle varie donc avec le temps. La Figure 4-10 montre le vecteur champ d'induction pour deux temps distincts.

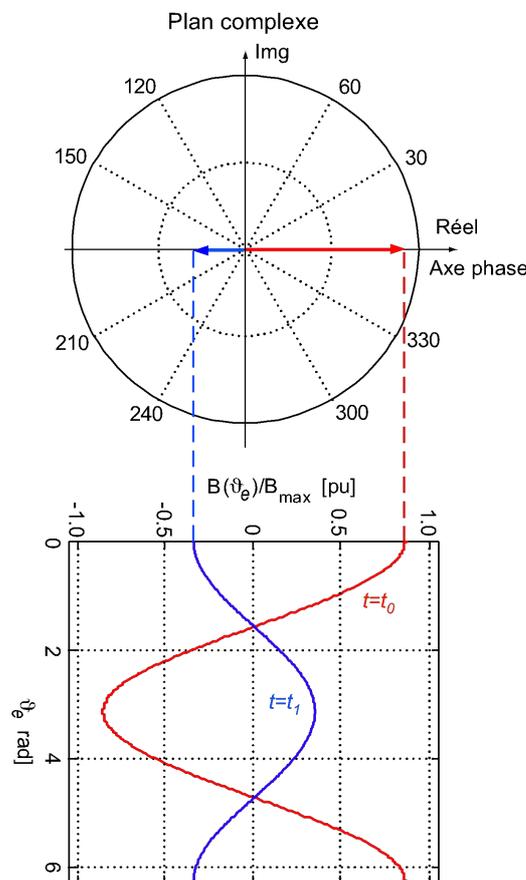


Figure 4-10 : Représentation d'un système monophasé

Un système monophasé, constitué par définition d'un seul groupe de bobines, présente toujours deux ondes identiques dont l'une est progressive et l'autre rétrograde. La résultante est une onde pulsante non utilisable pour créer un déplacement.

#### 4.4.6 Cas particulier d'un système biphasé

##### 4.4.6.1 Distribution du champ d'induction magnétique et onde progressive

Pour un système biphasé ( $k=2$ ), la relation 4.20 devient :

$$\begin{aligned} (1) : \cos(\vartheta_e - \omega t) + \cos(\vartheta_e - \omega t - (\alpha - \beta)) &= 2 \cos(\vartheta_e - \omega t) \\ (2) : \cos(\vartheta_e + \omega t) + \cos(\vartheta_e + \omega t - (\alpha + \beta)) &= 0 \end{aligned} \quad 4.22$$

On en déduit que

$$\left. \begin{aligned} (1) : \alpha - \beta &= 0 \\ (2) : \alpha + \beta &= \pi \end{aligned} \right\} \alpha = \beta = \frac{\pi}{2} \quad 4.23$$

et par conséquent en utilisant les relations 4.18 et 4.23

$$\begin{aligned} B(\vartheta_e, \omega t) &= B_{\max} \cos(\vartheta_e) \cos(\omega t) + B_{\max} \cos\left(\vartheta_e - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= B_{\max} (\cos(\vartheta_e) \cos(\omega t) + \sin(\vartheta_e) \sin(\omega t)) = B_{\max} \cos(\vartheta_e - \omega t) \end{aligned} \quad 4.24$$

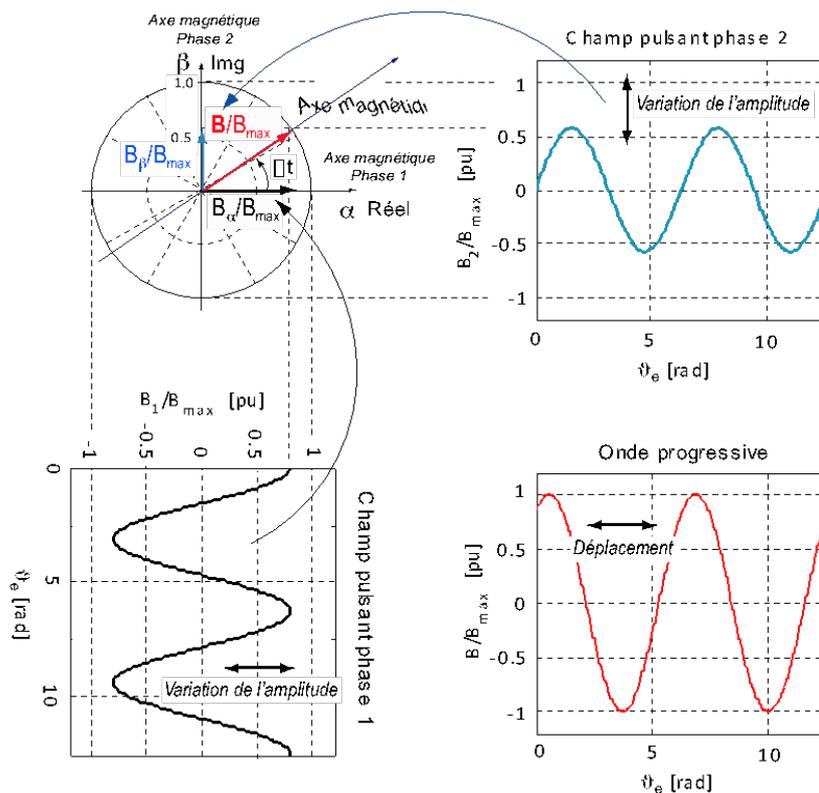


Figure 4-11 : Onde progressive pour un système biphasé

La représentation du champ d'induction magnétique sous forme de phaseur est illustrée par la Figure 4-11. Les deux phases sont déphasées d'un angle électrique égal à  $\pi/2$ . L'axe réel est défini comme l'axe de la phase 1, l'axe imaginaire comme l'axe de la phase 2.

Sur chaque axe magnétique est représenté l'amplitude de la distribution spatiale du champ d'induction magnétique de la phase correspondante. Cette amplitude vaut  $B_{\max} \cos(\omega t)$  pour la phase 1 et  $B_{\max} \sin(\omega t)$  pour la phase 2.

$$\begin{aligned} B_\alpha &= B_1 = B_{\max} \cos(\omega t) \\ B_\beta &= B_2 = B_{\max} \cos(\omega t - \pi/2) = B_{\max} \sin(\omega t) \end{aligned} \quad 4.25$$

avec :  $B_1$  : Amplitude de la distribution spatiale du champ d'induction magnétique produit par la phase 1.  
 $B_2$  : Amplitude de la distribution spatiale du champ d'induction magnétique produit par la phase 2.

L'addition vectorielle des amplitudes des champs d'induction magnétiques propres à chaque phase est illustrée par la relation suivante

$$\underline{\mathbf{B}} = B_\alpha + jB_\beta = B_1 + jB_2 = B_{\max} \cos(\omega t) + jB_{\max} \sin(\omega t) = B_{\max} e^{j\omega t} \quad 4.26$$

L'axe magnétique résultant de la combinaison des champs d'induction sur les axes magnétiques des phases 1 et 2 est confondu avec le vecteur complexe  $\underline{\mathbf{B}}$ . On a donc réussi à créer une onde progressive du champ d'induction magnétique. Pour un moteur rotatif, la vitesse angulaire mécanique correspondante se déduit des relations 4.24 et 4.16 :

$$\Omega(t) = \frac{\partial \vartheta_m(t)}{\partial t} = \frac{1}{p} \frac{\partial \omega(t)t}{\partial t} = \frac{1}{p} \left( \frac{\partial \omega(t)}{\partial t} t + \omega(t) \right) \quad 4.27$$

alors que pour un moteur linéaire (4.24, 4.17)

$$v(t) = \frac{\partial x(t)}{\partial t} = \frac{\tau_p}{\pi} \frac{\partial \omega(t)t}{\partial t} = \frac{\tau_p}{\pi} \left( \frac{\partial \omega(t)}{\partial t} t + \omega(t) \right) \quad 4.28$$

On verra par la suite comme interpréter ces résultats.

#### 4.4.6.2 Observation du flux magnétique

Au lieu de travailler avec l'amplitude de la distribution du champ d'induction magnétique produit par chaque phase, il est préférable de travailler avec le flux magnétique. L'amplitude de ce dernier est calculée en intégrant la distribution du champ d'induction magnétique de la phase considérée sur un pas polaire (une demi-période de la distribution).

$$\phi_k(\vartheta_e) = \int_{\substack{k=1: \text{Phase 1} \\ k=2: \text{Phase 2}}}^{k \frac{\pi}{2}} \mathbf{B}_k(\vartheta) \cdot d\mathbf{S}_k(\vartheta) \quad 4.29$$

Les flux de chaque phase sont des scalaires. Il est toutefois possible de créer un vecteur flux dont les composantes sont les amplitudes des flux de chaque phase, chaque composante de flux ayant une direction fixée par l'axe magnétique de la phase correspondante. La composition vectorielle des flux créés par les deux phases, flux dont les directions sont définies par les axes magnétiques respectifs de chaque phase, donne la direction du flux global, définissant du même coup un axe magnétique unique pour le stator du moteur (partie bobinée). La relation 4.26 devient, pour le stator

$$\underline{\phi}_S = \phi_{S\alpha} + j\phi_{S\beta} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B}_1(\vartheta) \cos(\omega t) \cdot d\mathbf{S}_1(\vartheta) + j \int_0^{\pi} \mathbf{B}_2(\vartheta) \sin(\omega t) \cdot d\mathbf{S}_2(\vartheta) = \phi_S e^{j\omega t} \quad 4.30$$

pour le rotor, on peut écrire :

$$\underline{\phi}_r = \phi_{r\alpha^S} + j\phi_{r\beta^S} = \phi_r \cos(\vartheta_e) + j\phi_r \sin(\vartheta_e) = \phi_r e^{j\vartheta_e} \tag{4.31}$$

La Figure 4-12 montre un moteur biphasé possédant 2 paires de pôles ( $p=2$  soit 4 aimants). Seule la phase 1 est alimentée, le but étant d'observer le flux produit par la phase 1 circulant dans les bobinages de la phase 2 (flux mutuel). On peut dire de manière pragmatique qu'il n'y a pas de flux mutuel entre les deux phases du moteur (hypothèse d'une géométrie parfaite).

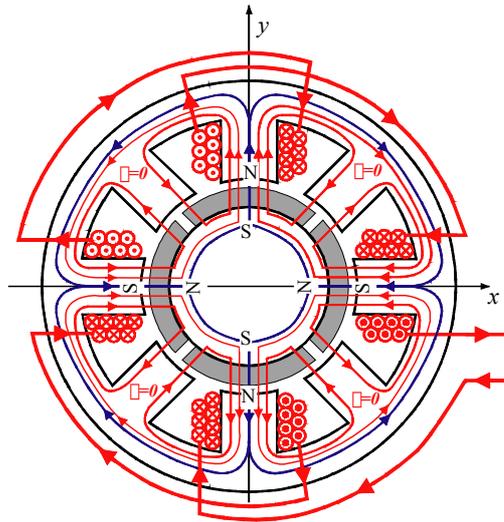


Figure 4-12 : Moteur biphasé : une phase alimentée

On peut donc traiter les deux phases de manière indépendante.

En se référant au § 4.4.2.2 on voit qu'il y a clairement une relation entre le nombre de périodes des distributions des grandeurs électriques et une révolution mécanique. Il est donc possible de réaliser une représentation beaucoup plus simple du moteur, comme le montre la Figure 4-13.

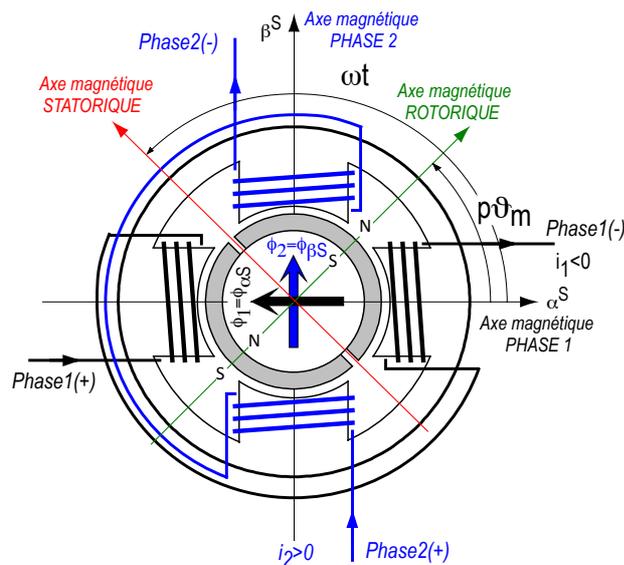


Figure 4-13 : Moteur biphasé : représentation électrique

La Figure 4-14 est une illustration des relations 4.30 et 4.31.

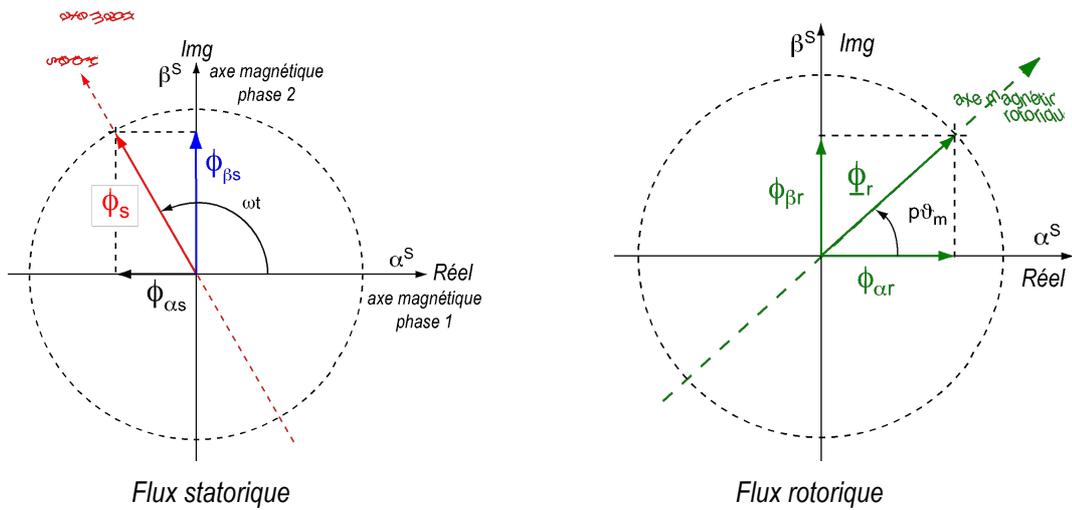


Figure 4-14 : Composantes des phaseurs des flux magnétiques pour un moteur biphasé.

4.4.6.3 Transformation de coordonnées

A partir du référentiel statorique fixe, il est possible de créer un référentiel tournant  $\{\alpha^r; \beta^r\}$  à la vitesse angulaire électrique de la partie mobile. En travaillant avec des angles électriques, on va pouvoir traiter des moteurs linéaires de la même manière que les moteurs rotatifs.

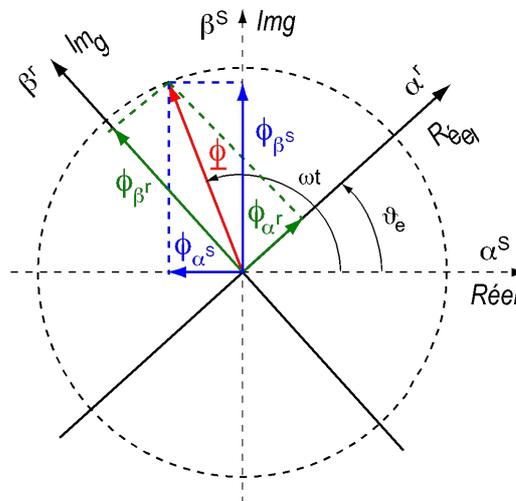


Figure 4-15 : Phaseurs des flux magnétiques pour un moteur biphasé.

Transformation référentiel fixe  $\{\alpha^S \beta^S\} \rightarrow$  référentiel tournant  $\{\alpha^r \beta^r\}$

$$\underline{\phi}_{\{r\}} = \phi_{\alpha^r} + j\phi_{\beta^r} = \phi e^{j(\alpha^r - \vartheta_e)} = \phi e^{j\alpha^S} e^{-j\vartheta_e} = \underline{\phi}_S e^{-j\vartheta_e} \tag{4.32}$$

Sous forme matricielle

$$\phi_{\{r\}}(t) = \begin{bmatrix} \phi_{\alpha^r}(t) \\ \phi_{\beta^r}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_e) & \sin(\vartheta_e) \\ -\sin(\vartheta_e) & \cos(\vartheta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{\alpha^s}(t) \\ \phi_{\beta^s}(t) \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

Transformation référentiel tournant  $\{\alpha^r\beta^r\} \rightarrow$  référentiel fixe  $\{\alpha^s\beta^s\}$

$$\underline{\phi}_{\{s\}} = \phi_{\alpha^s} + j\phi_{\beta^s} = \phi e^{j\omega t} = \phi e^{j(\omega t - \vartheta_e)} e^{j\vartheta_e} = \underline{\phi}_{\{r\}} e^{j\vartheta_e} \tag{4.34}$$

Sous forme matricielle

$$\phi_{\{s\}}(t) = \begin{bmatrix} \phi_{\alpha^s}(t) \\ \phi_{\beta^s}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_e) & -\sin(\vartheta_e) \\ \sin(\vartheta_e) & \cos(\vartheta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{\alpha^r}(t) \\ \phi_{\beta^r}(t) \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

#### 4.4.6.4 Couple et force électromagnétique

##### 4.4.6.4.1 Couplage magnétique rotor - stator

Pour des moteurs AC synchrones à aimants permanents, le couplage magnétique entre rotor et stator est une fonction sinusoïdale de la position. Les flux statoriques sont produits par les courants circulant dans les phases. Flux et courant d'une même phase sont donc en phase.

$$\begin{aligned} \phi_1(t) &= \phi_{\alpha^s}(t) = \phi \cos(\omega t) = \Lambda_{11} N i_1 \cos(\omega t) \\ \phi_2(t) &= \phi_{\beta^s}(t) = \phi \sin(\omega t) = \Lambda_{22} N i_2 \sin(\omega t) \end{aligned} \tag{4.36}$$

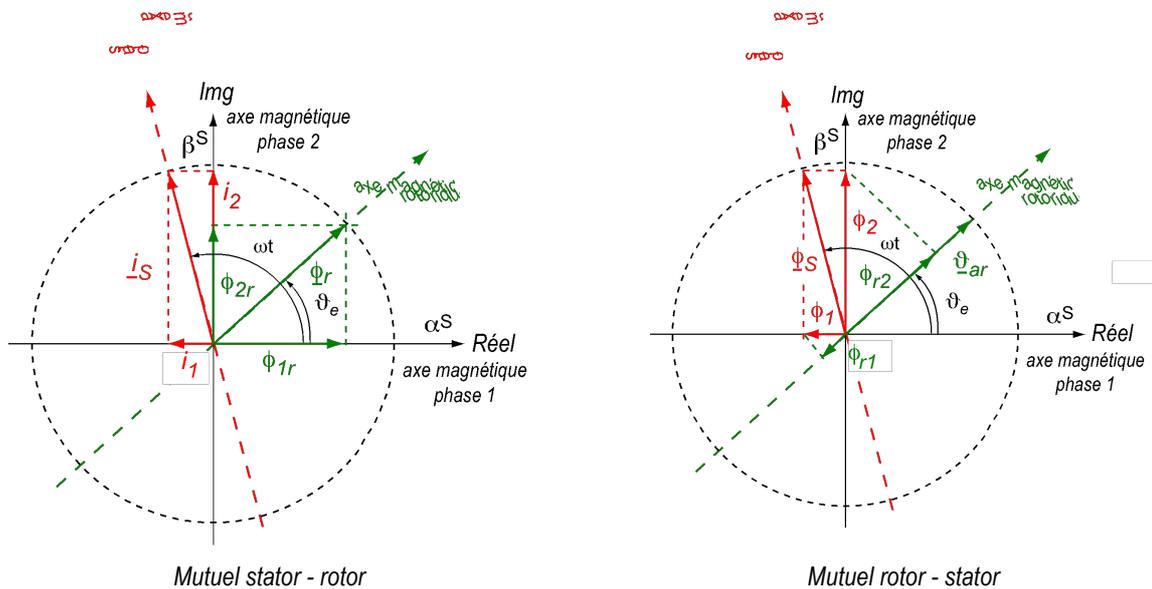


Figure 4-16 : Flux mutuels entre rotor et phases statoriques sur référentiel fixe S

De la Figure 4-16, on peut déterminer le couple ou la force engendrés par les actions mutuelles des sources de potentiels magnétiques et de flux magnétiques.

- Pour le couple (moteur rotatif :  $\vartheta_e = p\vartheta_m$ )

$$\begin{aligned}
T_{em} &= \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{1r}}{\partial \vartheta_m} i_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{2r}}{\partial \vartheta_m} i_2}_{\text{Mutuels stator-rotor}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r1}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar}}_{\text{Mutuels rotor-stator}} \\
&= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_r \cos(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} i_s \cos(\omega t) + \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_r \sin(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} i_s \sin(\omega t) \\
&\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_s \cos(\omega t) \cos(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_s \sin(\omega t) \sin(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} \\
&= -\frac{1}{2} p \left( \underbrace{\phi_r}_{\Lambda_{rr}\theta_{ar}} Ni_s + \underbrace{\phi_s}_{\Lambda_{ss}Ni_s} \theta_{ar} \right) \sin(p\vartheta_m - \omega t) = -K_T i_s \sin(p\vartheta_m - \omega t)
\end{aligned} \tag{4.37}$$

$K_T$  représente l'amplitude de la distribution sinusoïdale de la constante de couple pour une phase.

- Pour la force (moteur linéaire  $\vartheta_e = \pi/\tau_p x$ )

$$\begin{aligned}
F_{em} &= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{1r}}{\partial x} i_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{2r}}{\partial x} i_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r1}}{\partial x} \theta_{ar} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial x} \theta_{ar} \\
&= -\frac{1}{2} \frac{\pi}{\tau_p} (\phi_r Ni_s + \phi_s \theta_{ar}) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) = -K_F i_s \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right)
\end{aligned} \tag{4.38}$$

$K_F$  représente l'amplitude de la distribution sinusoïdale de la constante de force pour une phase. Pour avoir un couple ou une force maximum, il faut imposer les conditions suivantes :

$$\left. \begin{aligned}
\sin(p\vartheta_m - \omega t) &= -1 \\
\sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) &= -1
\end{aligned} \right\} \begin{aligned}
\omega t &= p\vartheta_m + \frac{\pi}{2} \\
\omega t &= \frac{\pi}{\tau_p} x + \frac{\pi}{2}
\end{aligned} \tag{4.39}$$

L'axe magnétique statorique doit donc être en avance d'un angle électrique égal à  $\pi/2$  sur l'axe magnétique rotorique.

#### 4.4.6.4.2 Utilisation du référentiel tournant $\{\alpha^r; \beta^r\}$

En utilisant le référentiel tournant  $\{\alpha^r; \beta^r\}$ , la Figure 4-17 illustre l'interprétation des relations 4.37 et 4.38.

- Pour le couple (moteur rotatif)

$$T_{em} = \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{Sr}}{\partial \vartheta_m} i_s}_{\text{Mutuel rotor-stator}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{rS}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar}}_{\text{Mutuel stator-rotor}} = -K_T i_s \sin(p\vartheta_m - \omega t) \tag{4.40}$$

- Pour la force (moteur linéaire)

$$F_{em} = \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{Sr}}{\partial x} i_s + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{rS}}{\partial x} \theta_{ar} = -K_F i_s \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) \tag{4.41}$$

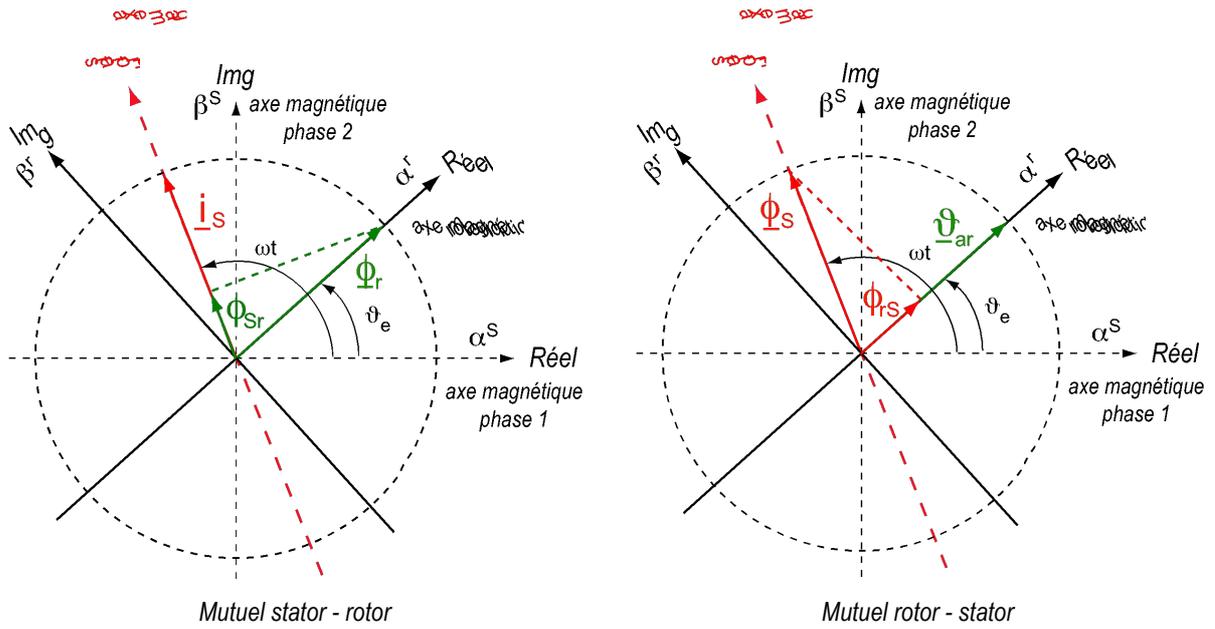


Figure 4-17 : Phaseurs des flux et des potentiels magnétiques

4.4.6.5 Tensions induites de mouvement

Les tensions induites de mouvement sont déterminées par les relations suivantes.

- pour un moteur rotatif

$$\begin{aligned}
 u_{i^s} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_{Sr\alpha^s}}{\partial t} \\ \frac{\partial N\phi_{Sr\beta^s}}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_{Sr\alpha^s}}{\partial \vartheta_m} \\ \frac{\partial N\phi_{Sr\beta^s}}{\partial \vartheta_m} \end{bmatrix} \frac{\partial \vartheta_m}{\partial t} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_r \cos(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} \\ \frac{\partial N\phi_r \sin(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} \end{bmatrix} \Omega = pN\phi_r \begin{bmatrix} -\sin(p\vartheta_m) \\ \cos(p\vartheta_m) \end{bmatrix} \Omega \\
 &= \begin{bmatrix} -K_E \sin(p\vartheta_m) \\ K_E \cos(p\vartheta_m) \end{bmatrix} \Omega
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

- pour un moteur linéaire

$$\begin{aligned}
 u_{i^s} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_{Sr\alpha^s}}{\partial t} \\ \frac{\partial N\phi_{Sr\beta^s}}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_r \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right)}{\partial x} \\ \frac{\partial N\phi_r \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right)}{\partial x} \end{bmatrix} v = \frac{\pi}{\tau_p} N\phi_r \begin{bmatrix} -\sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \\ \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \end{bmatrix} v \\
 &= \begin{bmatrix} -K_E \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \\ K_E \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \end{bmatrix} v
 \end{aligned} \tag{4.43}$$

#### 4.4.6.6 Corrélation entre les distributions $K_E$ et $K_T$ ( $K_F$ )

En reprenant les relations 4.37 et 4.38 et en imposant un courant constant dans une phase et nul dans l'autre, on obtient les relations suivantes

– moteur rotatif

$$\begin{aligned} T_{em} \Big|_{\substack{i_1=i_S \\ i_2=0}} &= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{1r}}{\partial \vartheta_m} i_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r1}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} = \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_r \cos(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} i_S + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_S \cos(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} \\ &= -\frac{1}{2} p(\phi_r N i_S + \phi_S \theta_{ar}) \sin(p\vartheta_m) = -K_T \sin(p\vartheta_m) i_S \end{aligned} \quad 4.44$$

$$T_{em} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=i_S}} = \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{2r}}{\partial \vartheta_m} i_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} = \dots = K_T \cos(p\vartheta_m) i_S$$

– moteur linéaire

$$\begin{aligned} F_{em} \Big|_{\substack{i_1=i_S \\ i_2=0}} &= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{1r}}{\partial x} i_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r1}}{\partial x} \theta_{ar} = \dots = -K_T \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) i_S \\ F_{em} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=i_S}} &= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{2r}}{\partial x} i_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial x} \theta_{ar} = \dots = K_T \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) i_S \end{aligned} \quad 4.45$$

En entraînant le moteur à vitesse constante, la mesure des tensions induites de mouvement de chaque phase (relations 4.42 et 4.43) permet de connaître la distribution des constantes des tensions induites

– moteur rotatif

$$\begin{aligned} K_{E1}(p\vartheta_m) &= \frac{u_{i1}}{\Omega} \Big|_{\Omega=cte} = \frac{T_{em} \Big|_{\substack{i_1=i_S \\ i_2=0}}}{i_S} \Big|_{i_S=cte} = K_{T1}(p\vartheta_m) = -K \sin(p\vartheta_m) \\ K_{E2}(p\vartheta_m) &= \frac{u_{i2}}{\Omega} \Big|_{\Omega=cte} = \frac{T_{em} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=i_S}}}{i_S} \Big|_{i_S=cte} = K_{T2}(p\vartheta_m) = K \cos(p\vartheta_m) \end{aligned} \quad 4.46$$

– moteur linéaire

$$\begin{aligned} K_{E1}(x) &= \frac{u_{i1}}{v} \Big|_{v=cte} = \frac{F_{em} \Big|_{\substack{i_1=i_S \\ i_2=0}}}{i_S} \Big|_{i_S=cte} = K_{F1}(x) = -K \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \\ K_{E2}(x) &= \frac{u_{i2}}{v} \Big|_{v=cte} = \frac{F_{em} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=i_S}}}{i_S} \Big|_{i_S=cte} = K_{F2}(x) = K \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \end{aligned} \quad 4.47$$

Ces relations signifient qu'il est possible de connaître la distribution de la constante de couple (force) de chaque phase en mesurant la tension induite de mouvement de la phase respective à vitesse constante.

#### 4.4.7 Cas particulier d'un système triphasé

Pour un système triphasé ( $k=3$ ), la relation 4.20 devient :

$$\begin{aligned} (1) : \cos(\vartheta_e - \omega t) + \cos(\vartheta_e - \omega t - (\alpha - \beta)) + \cos(\vartheta_e - \omega t - 2(\alpha - \beta)) &= 3 \cos(\vartheta_e - \omega t) \\ (2) : \cos(\vartheta_e + \omega t) + \cos(\vartheta_e + \omega t - (\alpha + \beta)) + \cos(\vartheta_e + \omega t - 2(\alpha + \beta)) &= 0 \end{aligned} \quad 4.48$$

Si, de plus, on impose un système symétrique, on a

$$\left. \begin{aligned} (1) : \alpha - \beta &= 0 \\ (2) : \alpha + \beta &= 4\pi/3 \end{aligned} \right\} \alpha = \beta = 2\pi/3 \quad 4.49$$

et par conséquent en utilisant les relations 4.18 et 4.49

$$\begin{aligned} B(\vartheta_e, \omega t) &= B_{\max} \cos(\vartheta_e) \cos(\omega t) + B_{\max} \cos(\vartheta_e - 2\pi/3) \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ &\quad + B_{\max} \cos(\vartheta_e - 4\pi/3) \cos(\omega t - 4\pi/3) \\ &= \frac{3}{2} B_{\max} \cos(\vartheta_e - \omega t) \end{aligned} \quad 4.50$$

La représentation du champ d'induction magnétique sous forme de phaseur est illustrée par la Figure 4-18. Les trois phases sont décalées d'un angle électrique égal à  $2\pi/3$ . L'axe réel est défini comme l'axe de la phase 1.

$$\begin{aligned} B_\alpha &= \underbrace{B_{\max} \cos(\omega t)}_{B_1} + \underbrace{B_{\max} \cos(\omega t - 2\pi/3) \cos(2\pi/3)}_{B_2} + \underbrace{B_{\max} \cos(\omega t - 4\pi/3) \cos(4\pi/3)}_{B_3} \\ &= \frac{3}{2} B_{\max} \cos(\omega t) \end{aligned} \quad 4.51$$

$$\begin{aligned} B_\beta &= \underbrace{B_{\max} \cos(\omega t - 2\pi/3) \sin(2\pi/3)}_{B_2} + \underbrace{B_{\max} \cos(\omega t - 4\pi/3) \sin(4\pi/3)}_{B_3} \\ &= \frac{3}{2} B_{\max} \sin(\omega t) \end{aligned} \quad 4.52$$

L'addition vectorielle des amplitudes des champs d'induction magnétiques propres à chaque phase est illustrée par la relation suivante

$$\underline{\mathbf{B}} = B_\alpha + jB_\beta = \frac{3}{2} B_{\max} \cos(\omega t) + j \frac{3}{2} B_{\max} \sin(\omega t) = \frac{3}{2} B_{\max} e^{j\omega t} \quad 4.53$$

Le vecteur complexe  $\underline{\mathbf{B}}$  est un vecteur d'amplitude constante  $3/2 B_{\max}$  tournant à la vitesse angulaire  $\omega$ . Les expressions mathématiques des vitesses des ondes progressives du champ d'induction magnétique sont en tous points identiques à celle définies pour les moteurs biphasés (4.27 et 4.28).

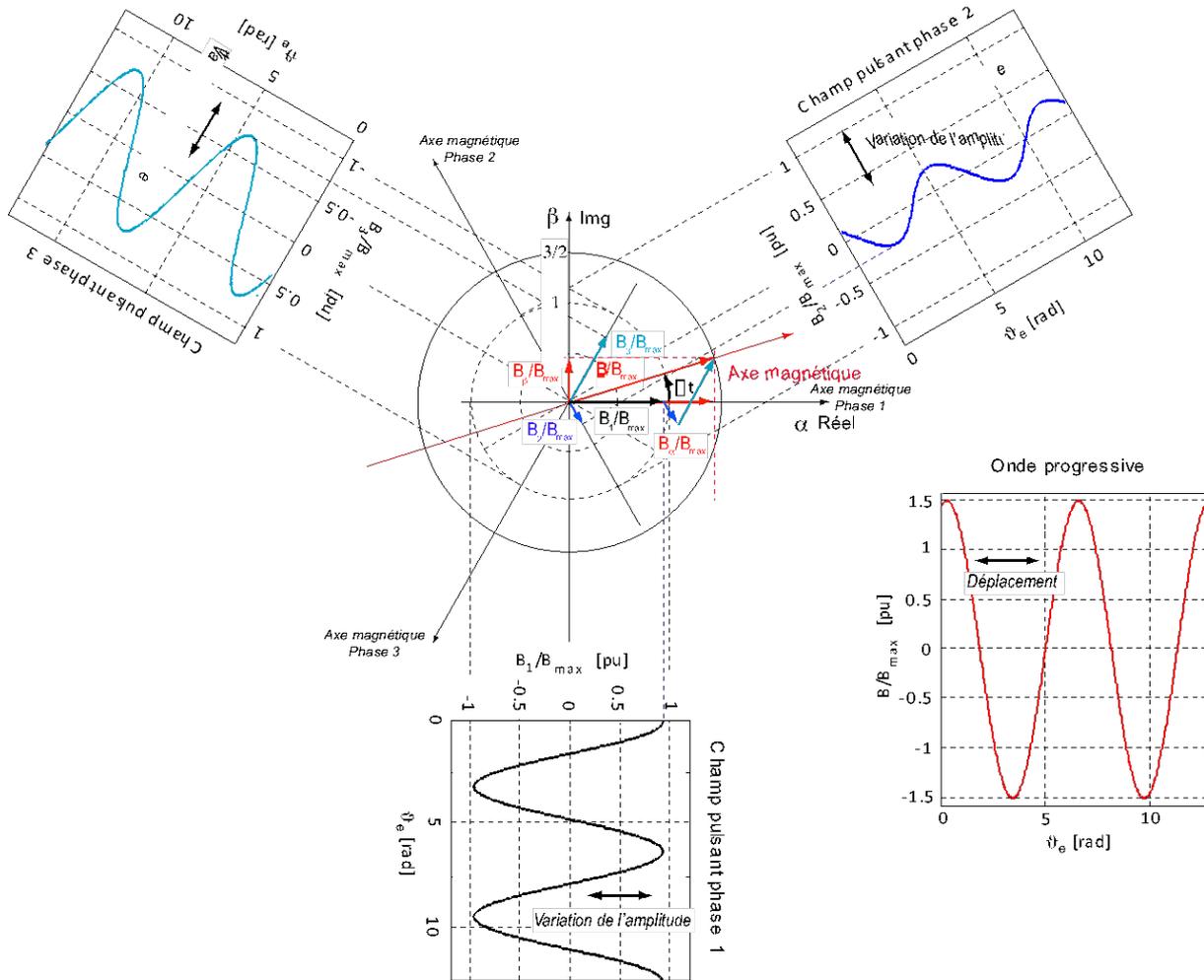


Figure 4-18 : Onde progressive pour un système triphasé

#### 4.4.7.1 Observation du flux magnétique

Comme pour le cas des moteurs biphasés, il est judicieux de travailler avec les flux magnétiques plutôt que les champs d'inductions magnétiques.

La Figure 4-19 montre un moteur triphasé possédant 2 paires de pôles ( $p=2$  soit 4 aimants). Seule la phase 1 est alimentée, le but étant d'observer le flux produit par la phase 1 circulant dans les bobinages des phases 2 et 3 (flux mutuels). On peut dire de manière pragmatique qu'il y a des flux mutuels entre les phases du moteur. Par contre, on va admettre que ces flux mutuels ne sont pas dépendant de la position relative rotor - stator.



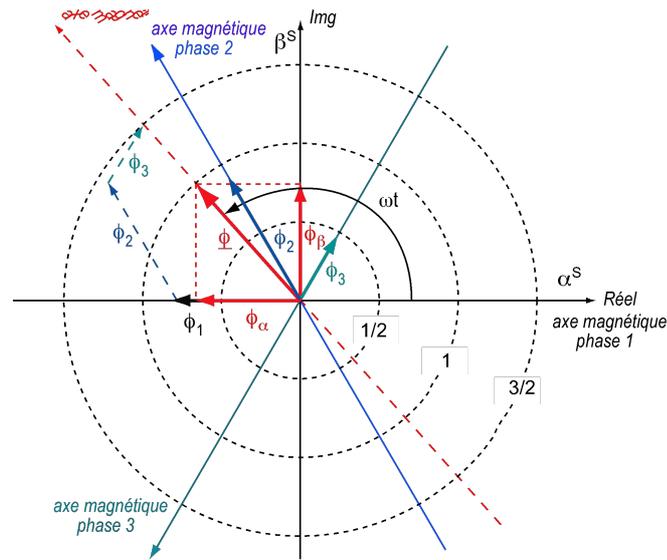


Figure 4-21 : Phaseur du flux magnétique pour un moteur triphasé.

4.4.7.2 Opérateur complexe

Le but de cet opérateur est de réduire le système triphasé en un système biphasé.

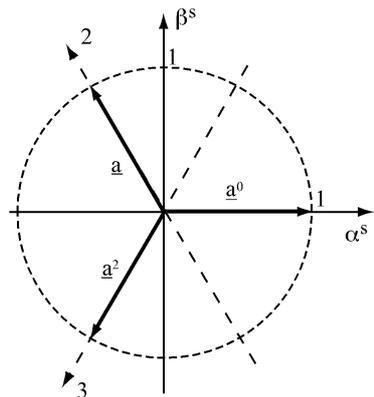


Figure 4-22 : Représentation vectorielle de  $\underline{a}^0$ ,  $\underline{a}^1$  et  $\underline{a}^2$

avec

$$\begin{aligned} \underline{a} &= e^{j \cdot 2\pi/3} = \cos(2\pi/3) + j \sin(2\pi/3) = -1/2 + j\sqrt{3}/2 \\ \underline{a}^2 &= e^{j \cdot 4\pi/3} = \underline{a}^* = \cos(4\pi/3) + j \sin(4\pi/3) = -1/2 - j\sqrt{3}/2 \end{aligned} \tag{4.54}$$

4.4.7.3 Transformation d'un système triphasé en un système biphasé sur référentiel fixe  $\{\alpha^S \beta^S\}$

On peut écrire pour le phaseur des flux de phases statoriques

$$\underline{\phi}_{\alpha^S}(t) = \phi_{\alpha^S}(t) + j\phi_{\beta^S}(t) = \frac{2}{3} \left( \underline{a}^0 \phi_1(t) + \underline{a}^1 \phi_2(t) + \underline{a}^2 \phi_3(t) \right) = \phi e^{j\omega t} = \phi_S e^{j\omega t} \tag{4.55}$$

ou sous forme matricielle

$$\phi_{S^s}(t) = \begin{bmatrix} \phi_{\alpha^s}(t) \\ \phi_{\beta^s}(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \cos(2\pi/3) & \cos(4\pi/3) \\ 0 & \sin(2\pi/3) & \sin(4\pi/3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \\ \phi_3(t) \end{bmatrix} \quad 4.56$$

Les flux de phases étant définies comme

$$\begin{aligned} \phi_1(t) &= \phi \cos(\omega t) \\ \phi_2(t) &= \phi \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ \phi_3(t) &= \phi \cos(\omega t - 4\pi/3) \end{aligned} \quad 4.57$$

Cette transformation est applicable pour les courants et les tensions de phases

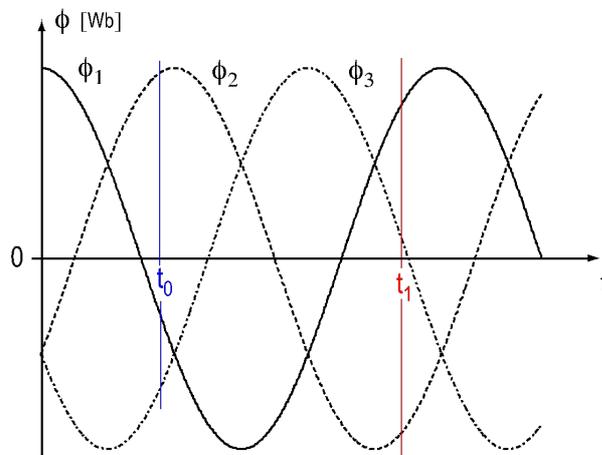


Figure 4-23 : Représentation temporelle d'un système triphasé symétrique

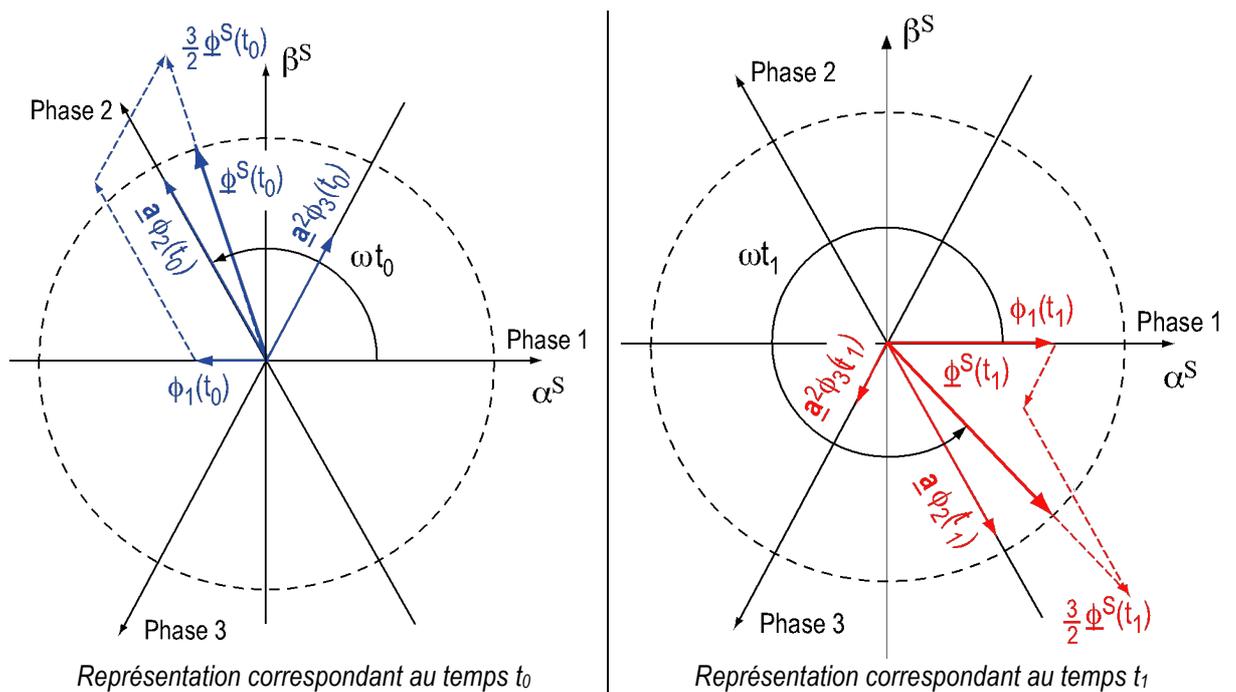


Figure 4-24 : Représentation vectorielle du phaseur de flux pour un système triphasé symétrique

#### 4.4.7.4 Transformation directe système triphasé → biphasé sur référentiel tournant $\{\alpha^r \beta^r\}$

Comme pour les systèmes biphasés, il peut être judicieux de passer du référentiel fixe  $\{\alpha^s \beta^s\}$  à un référentiel tournant  $\{\alpha^r \beta^r\}$  à la vitesse angulaire électrique de la partie mobile. En utilisant les relations 4.33 et 4.56, on peut écrire

$$\begin{aligned} \phi_{\{\alpha^r\}}(t) &= \begin{bmatrix} \phi_{\alpha^r}(t) \\ \phi_{\beta^r}(t) \end{bmatrix} = \\ &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_e) & \cos(\vartheta_e - 2\pi/3) & \cos(\vartheta_e - 4\pi/3) \\ -\sin(\vartheta_e) & -\sin(\vartheta_e - 2\pi/3) & -\sin(\vartheta_e - 4\pi/3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \\ \phi_3(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad 4.58$$

#### 4.4.7.5 Transformation inverse d'un système triphasé en un système biphasé

La transformation inverse permettant de passer du système des phaseurs dans un référentiel fixe  $\{\alpha^s \beta^s\}$  au système triphasé d'origine est donné par la relation

$$\begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \\ \phi_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos(2\pi/3) & \sin(2\pi/3) \\ \cos(4\pi/3) & \sin(4\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{\alpha^s}(t) \\ \phi_{\beta^s}(t) \end{bmatrix} \quad 4.59$$

#### 4.4.7.6 Transformation inverse système triphasé → biphasé sur référentiel tournant $\{\alpha^r \beta^r\}$

En utilisant les relations 4.35 et 4.59, on peut écrire

$$\begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \\ \phi_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_e) & -\sin(\vartheta_e) \\ \cos(\vartheta_e - 2\pi/3) & -\sin(\vartheta_e - 2\pi/3) \\ \cos(\vartheta_e - 4\pi/3) & -\sin(\vartheta_e - 4\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{\alpha^r}(t) \\ \phi_{\beta^r}(t) \end{bmatrix} \quad 4.60$$

#### 4.4.7.7 Couple et force électromagnétique

Pour le calcul du couple (force), nous admettrons que qu'il n'y a pas de variation de perméances mutuelles aimant – aimant et phase – phase en fonction de la position relative entre stator et rotor. Dans la réalité ces variations ne sont pas nulles. Lors du design du moteur il est important de minimiser ces variations autant que peut se faire afin d'éviter des ondulations perturbatrices de couple (force).

##### 4.4.7.7.1 Couplage magnétique rotor - stator

Le couplage magnétique entre rotor et stator est une fonction sinusoïdale avec la position. Les flux statoriques sont produits par les courants circulant dans les phases.

$$\begin{aligned} \phi_1(t) &= \phi_s \cos(\omega t) = \Lambda_{11} N i_1 \cos(\omega t) \\ \phi_2(t) &= \phi_s \cos(\omega t - 2\pi/3) = \Lambda_{22} N i_2 \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ \phi_3(t) &= \phi_s \cos(\omega t - 4\pi/3) = \Lambda_{33} N i_3 \cos(\omega t - 4\pi/3) \end{aligned} \quad 4.61$$

A partir de la Figure 4-25, il est possible de déterminer les flux mutuels stator – rotor, c'est à dire les flux créés par les aimants au rotor circulant dans les bobinages statoriques.

$$\begin{aligned}
 \phi_{1r} &= \phi_r \cos(\vartheta_e) \\
 \phi_{2r} &= \phi_r \cos(\vartheta_e - 2\pi/3) \\
 \phi_{3r} &= \phi_r \cos(\vartheta_e - 4\pi/3)
 \end{aligned}
 \tag{4.62}$$

et les flux mutuels rotor – stator, soit les flux créés par la circulation des courants dans les bobinages statoriques circulant dans les aimants au rotor.

$$\begin{aligned}
 \phi_{r1} &= \phi_1 \cos(\vartheta_e) = \phi_s \cos(\omega t) \cos(p \vartheta_e) \\
 \phi_{r2} &= \phi_2 \cos(\vartheta_e - 2\pi/3) = \phi_s \cos(\omega t - 2\pi/3) \cos(\vartheta_e - 2\pi/3) \\
 \phi_{r3} &= \phi_3 \cos(\vartheta_e - 4\pi/3) = \phi_s \cos(\omega t - 4\pi/3) \cos(\vartheta_e - 4\pi/3)
 \end{aligned}
 \tag{4.63}$$

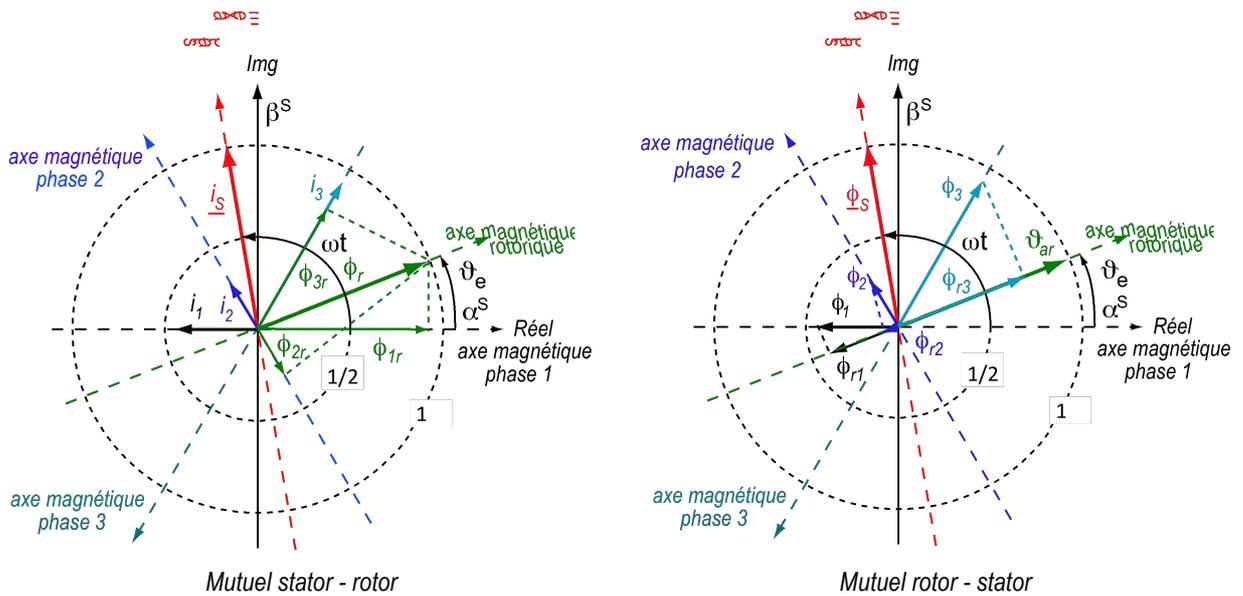


Figure 4-25 : Flux créée par les aimants du rotor couplés avec chaque phase du stator

De la Figure 4-25, on peut déterminer le couple ou la force engendrés par les actions mutuelles des sources de potentiels magnétiques et de flux magnétiques.

– Pour le couple (moteur rotatif)

$$\begin{aligned}
 T_{em} &= \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial N \phi_{1r}}{\partial \vartheta_m} i_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial N \phi_{2r}}{\partial \vartheta_m} i_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial N \phi_{3r}}{\partial \vartheta_m} i_3}_{\text{Mutuels rotor - stator}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r1}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r3}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar}}_{\text{Mutuels stator - rotor}} \\
 &= \frac{1}{2} N \phi_r i \sum_{k=1}^3 \left( \frac{\partial \cos(p \vartheta_m - (k-1) 2\pi/3)}{\partial \vartheta_m} \cos(\omega t - (k-1) 2\pi/3) \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \phi_s \theta_{ar} \sum_{k=1}^3 \left( \frac{\partial \cos(p \vartheta_m - (k-1) 2\pi/3) \cos(\omega t - (k-1) 2\pi/3)}{\partial \vartheta_m} \right) \\
 &= -\frac{3}{2} \left( \frac{1}{2} p \left( \underbrace{\phi_r}_{\Lambda_{rr} \theta_{ar}} Ni + \underbrace{\phi_s}_{\Lambda_{ss} Ni_s} \theta_{ar} \right) \sin(p \vartheta_m - \omega t) \right) = -\frac{3}{2} K_T i_s \sin(p \vartheta_m - \omega t)
 \end{aligned}
 \tag{4.64}$$

Comme pour le moteur biphasé,  $K_T$  représente l'amplitude de la distribution sinusoïdale de la constante de couple pour une phase (voir relation 4.37).

- Pour la force (moteur linéaire)

$$\begin{aligned}
 F_{em} &= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{1r}}{\partial x} i_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{2r}}{\partial x} i_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{3r}}{\partial x} i_3 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r1}}{\partial x} \theta_{ar} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial x} \theta_{ar} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r3}}{\partial x} \theta_{ar} \\
 &= -\frac{3}{2} \left( \frac{1}{2} \frac{\pi}{\tau_p} (\phi_r Ni + \phi \theta_{ar}) \sin \left( \frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) \right) = -\frac{3}{2} K_F i_S \sin \left( \frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right)
 \end{aligned} \tag{4.65}$$

Comme pour le moteur biphasé,  $K_F$  représente l'amplitude de la distribution sinusoïdale de la constante de force pour une phase (voir relation 4.38)

En utilisant le référentiel statorique fixe  $\{\alpha^s, \beta^s\}$  les relations deviennent très proches de celles d'un système biphasé. En effet, on peut écrire :

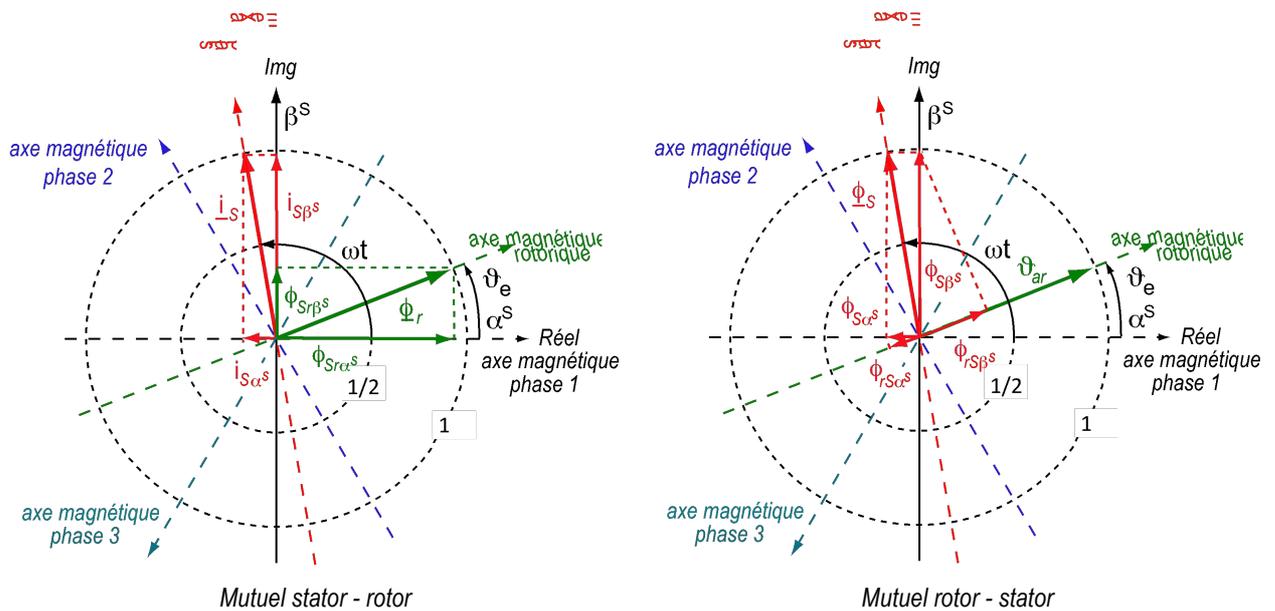


Figure 4-26 : Flux créés par les aimants du rotor couplés avec chaque phase du stator

- Pour le couple (moteur rotatif)

$$\begin{aligned}
 T_{em} &= \frac{3}{2} \left( \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{Sr\alpha^s}}{\partial \vartheta_m} i_{S\alpha^s} + \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{Sr\beta^s}}{\partial \vartheta_m} i_{S\beta^s}}_{\text{Mutuels stator - rotor}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{rS\alpha^s}}{\partial \vartheta_m} \vartheta_{ar} + \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{rS\beta^s}}{\partial \vartheta_m} \vartheta_{ar}}_{\text{Mutuels rotor - stator}} \right) \\
 &= \frac{3}{2} \left( \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{Sr}}{\partial \vartheta_m} i_S}_{\text{Mutuels rotor - stator}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{rS}}{\partial \vartheta_m} \vartheta_{ar}}_{\text{Mutuels stator - rotor}} \right) \\
 &= \frac{3}{2} \left( \frac{1}{2} \frac{\partial N(\phi_r \cos(p\vartheta_m - \omega t))}{\partial \vartheta_m} i_S + \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_S \cos(p\vartheta_m - \omega t)}{\partial \vartheta_m} \vartheta_{ar} \right) \\
 &= -\frac{3}{2} \left( \frac{1}{2} p(\phi_r Ni_S + \phi_S \theta_{ar}) \sin(p\vartheta_m - \omega t) \right) = -\frac{3}{2} K_T i_S \sin(p\vartheta_m - \omega t)
 \end{aligned} \tag{4.66}$$

– Pour la force (moteur linéaire)

$$F_{em} = \frac{3}{2} \left( \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{Sr}}{\partial x} i_s + \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{rS}}{\partial x} \vartheta_{ar} \right) \quad 4.67$$

$$= -\frac{3}{2} \left( \frac{1}{2} \frac{\pi}{\tau_p} (\phi_r N i_s + \phi_s \theta_{ar}) \sin \left( \frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) \right) = -\frac{3}{2} K_F i_s \sin \left( \frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right)$$

avec  $i_s$  : Amplitude du courant de phase (forme sinusoïdale)  
 $K_T$  : Amplitude de la distribution de la constante de couple de phase  
 $K_F$  : Amplitude de la distribution de la constante de force de phase

A ce stade, on peut utiliser un référentiel tournant comme pour les moteurs biphasés (voir §4.4.6.4.2). De même, l'axe magnétique statorique doit donc être en avance d'un angle électrique égal à  $\pi/2$  sur l'axe magnétique rotorique.

#### 4.4.7.8 Tensions induites de mouvement

Les tensions induites de mouvement sont déterminées par la relation générale suivante.

$$u_{i^s} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_{Sr\alpha^s}}{\partial t} \\ \frac{\partial N\phi_{Sr\beta^s}}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{i\alpha^s} \\ u_{i\beta^s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_e) & -\sin(\vartheta_e) \\ \sin(\vartheta_e) & \cos(\vartheta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial N\phi_{Sr}(t)}{\partial t} \end{bmatrix} \quad 4.68$$

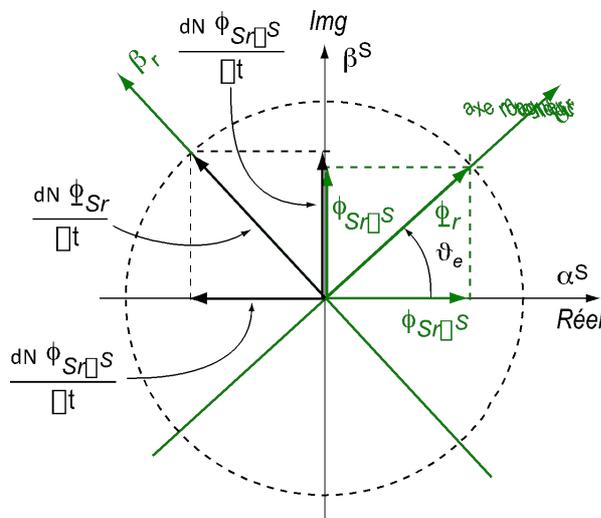


Figure 4-27 : Dérivée du flux créée par les aimants du rotor couplés au référentiel fixe  $\{\alpha^s, \beta^s\}$

Puis pour chaque phase statorique, on peut écrire

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_{1r}}{\partial t} \\ \frac{\partial N\phi_{2r}}{\partial t} \\ \frac{\partial N\phi_{3r}}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \\ u_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos(2\pi/3) & \sin(2\pi/3) \\ \cos(4\pi/3) & \sin(4\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_{Sr\alpha^s}}{\partial t} \\ \frac{\partial N\phi_{Sr\beta^s}}{\partial t} \end{bmatrix} \quad 4.69$$

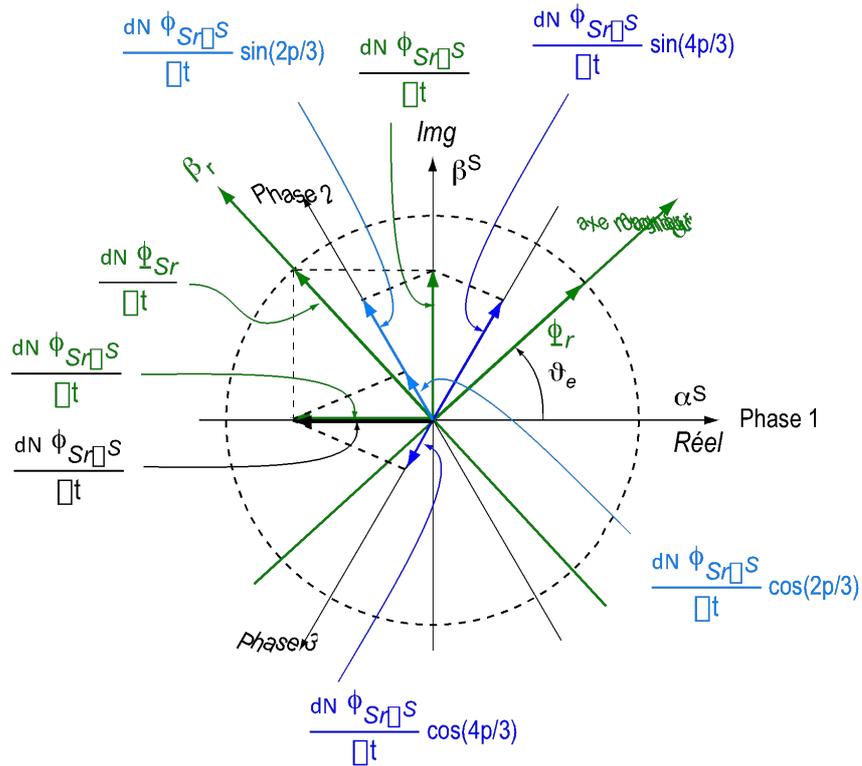


Figure 4-28 : Dérivée du flux vu par référentiel fixe  $\{\alpha^S, \beta^S\}$  couplé aux phases statoriques

ou encore

$$\begin{bmatrix} u_{i1}(t) \\ u_{i2}(t) \\ u_{i3}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_e) & -\sin(\vartheta_e) \\ \cos(\vartheta_e - 2\pi/3) & -\sin(\vartheta_e - 2\pi/3) \\ \cos(\vartheta_e - 4\pi/3) & -\sin(\vartheta_e - 4\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \phi_{Sr}(t)}{\partial t} \end{bmatrix} \quad 4.70$$

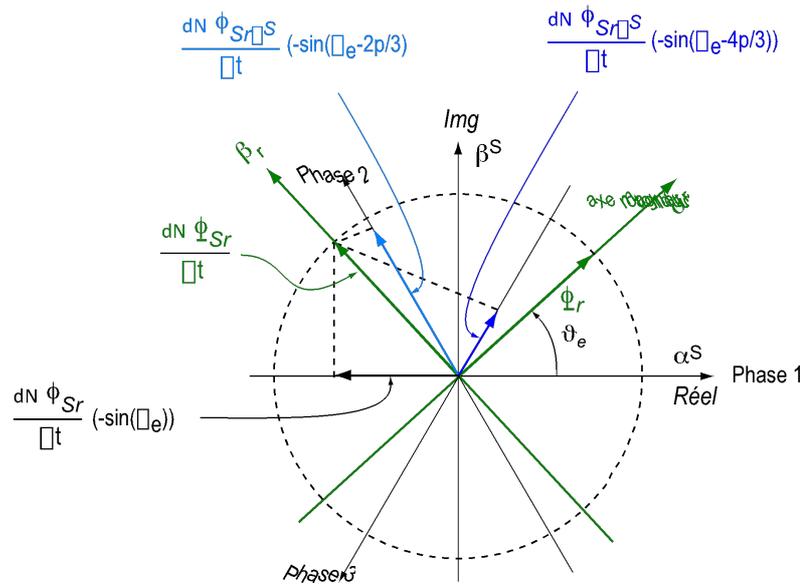


Figure 4-29 : Dérivée du flux vu par référentiel fixe  $\{\alpha^S, \beta^S\}$  couplé aux phases statoriques

- pour un moteur rotatif

$$u_{i^s} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_{Sr\alpha^s}}{\partial t} \\ \frac{\partial N\phi_{Sr\beta^s}}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_{Sr\alpha^s}}{\partial \vartheta_m} \\ \frac{\partial N\phi_{Sr\beta^s}}{\partial \vartheta_m} \end{bmatrix} \frac{\partial \vartheta_m}{\partial t} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_r \cos(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} \\ \frac{\partial N\phi_r \sin(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} \end{bmatrix} \Omega = \begin{bmatrix} -K_E \sin(p\vartheta_m) \\ K_E \cos(p\vartheta_m) \end{bmatrix} \Omega \quad 4.71$$

$$\begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \\ u_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos(2\pi/3) & \sin(2\pi/3) \\ \cos(4\pi/3) & \sin(4\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K_E \sin(p\vartheta_m) \\ K_E \cos(p\vartheta_m) \end{bmatrix} \Omega = \begin{bmatrix} -K_E \sin(p\vartheta_m) \\ -K_E \sin(p\vartheta_m - 2\pi/3) \\ -K_E \sin(p\vartheta_m - 4\pi/3) \end{bmatrix} \Omega \quad 4.72$$

- pour un moteur linéaire

$$u_{i^s} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N\phi_{Sr\alpha^s}}{\partial t} \\ \frac{\partial N\phi_{Sr\beta^s}}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_E \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \\ K_E \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \end{bmatrix} v \quad 4.73$$

$$\begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \\ u_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_E \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \\ -K_E \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 2\pi/3\right) \\ -K_E \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 4\pi/3\right) \end{bmatrix} v \quad 4.74$$

#### 4.4.7.9 Corrélation entre les distributions $K_E$ et $K_T$ ( $K_F$ )

En reprenant la relation 4.64 et 4.65 et en imposant un courant constant dans une phase et nul dans les autres, on obtient les relations suivantes

- moteur rotatif

$$\begin{aligned} T_{em} \Big|_{\substack{i_1=i_s=cte \\ i_2=0 \\ i_3=0}} &= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_r}{\partial \vartheta_m} i_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r1}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_r \cos(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} i_s + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_s \cos(p\vartheta_m)}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} \\ &= -\frac{1}{2} p(\phi_r N i_s + \phi_s \theta_{ar}) \sin(p\vartheta_m) = -K_T \sin(p\vartheta_m) i_s \end{aligned} \quad 4.75$$

$$T_{em} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=i_s=cte \\ i_3=0}} = \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{2r}}{\partial \vartheta_m} i_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} = \dots = -K_T \sin(p\vartheta_m - 2\pi/3) i_s$$

$$T_{em} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=0 \\ i_3=i_s=cte}} = \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{2r}}{\partial \vartheta_m} i_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial \vartheta_m} \theta_{ar} = \dots = -K_T \sin(p\vartheta_m - 4\pi/3) i_s$$

– moteur linéaire

$$\begin{aligned}
 F_{em} \Big|_{\substack{i_1=i_S=cte \\ i_2=0 \\ i_3=0}} &= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_r}{\partial x} i_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r1}}{\partial x} \theta_{ar} = \dots = -K_F \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) i_S \\
 F_{em} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=i_S=cte \\ i_3=0}} &= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{2r}}{\partial x} i_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial x} \theta_{ar} = \dots = -K_F \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 2\pi/3\right) i_S \\
 F_{em} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=0 \\ i_3=i_S=cte}} &= \frac{1}{2} \frac{\partial N\phi_{2r}}{\partial x} i_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial x} \theta_{ar} = \dots = -K_F \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 4\pi/3\right) i_S
 \end{aligned} \tag{4.76}$$

En entraînant le moteur à vitesse constante, la mesure des tensions induites de mouvement de chaque phase (relations 4.72 et 4.74) permet de connaître la distribution des constantes des tensions induites

– moteur rotatif

$$\begin{aligned}
 K_{E1}(p\vartheta_m) &= \frac{u_{i1}}{\Omega} \Big|_{\Omega=cte} = \frac{T_{em}}{i_S} \Big|_{\substack{i_1=i_S=cte \\ i_2=0 \\ i_3=0i_S}} = K_{T1}(p\vartheta_m) = -K \sin(p\vartheta_m) \\
 K_{E2}(p\vartheta_m) &= \frac{u_{i2}}{\Omega} \Big|_{\Omega=cte} = \frac{T_{em}}{i_S} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=i_S=cte \\ i_3=0}} = K_{T2}(p\vartheta_m) = -K \sin(p\vartheta_m - 2\pi/3) \\
 K_{E3}(p\vartheta_m) &= \frac{u_{i2}}{\Omega} \Big|_{\Omega=cte} = \frac{T_{em}}{i_S} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=0 \\ i_3=i_S=cte}} = K_{T3}(p\vartheta_m) = -K \sin(p\vartheta_m - 4\pi/3)
 \end{aligned} \tag{4.77}$$

– moteur linéaire

soit

$$\begin{aligned}
 K_{E1}(x) &= \frac{u_{i1}}{v} \Big|_{v=cte} = \frac{T_{em}}{i_S} \Big|_{\substack{i_1=i_S=cte \\ i_2=0 \\ i_3=0}} = K_{F1}(x) = -K \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \\
 K_{E2}(x) &= \frac{u_{i2}}{v} \Big|_{v=cte} = \frac{T_{em}}{i_S} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=i_S=cte \\ i_3=0}} = K_{F2}(x) = -K \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 2\pi/3\right) \\
 K_{E3}(x) &= \frac{u_{i2}}{v} \Big|_{v=cte} = \frac{T_{em}}{i_S} \Big|_{\substack{i_1=0 \\ i_2=0 \\ i_3=i_S=cte}} = K_{F3}(x) = -K \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 4\pi/3\right)
 \end{aligned} \tag{4.78}$$

Ces relations signifient qu'il est possible de connaître la distribution de la constante de couple (force) de chaque phase en mesurant la tension induite de mouvement de la phase respective à vitesse constante.

## 4.5 MOTEUR COMMANDE EN COURANT EN BOUCLE OUVERTE

### 4.5.1 Introduction

Par commande en courant en boucle ouverte, on admet que chaque phase peut être alimentée par une source de courant idéale. La commande de chaque source de courant doit respecter les contraintes de déphasage entre phases en fonction du type de moteurs (biphasé ou triphasé). Ces contraintes ont été définies dans les § 4.4.6 et § 4.4.7 du présent chapitre.

### 4.5.2 Moteur biphasé

#### 4.5.2.1 Cas général

Les distributions des constantes de force sont définies par les relations suivantes :

- Pour un moteur rotatif

$$\begin{aligned} K_{T1}(\vartheta_m) &= -K_T \sin(p\vartheta_m) \\ K_{T2}(\vartheta_m) &= K_T \cos(p\vartheta_m) \end{aligned} \quad 4.79$$

- Pour un moteur linéaire

$$\begin{aligned} K_{F1}(x) &= -K_F \sin\left(\pi \frac{x}{\tau_p}\right) \\ K_{F2}(x) &= K_F \cos\left(\pi \frac{x}{\tau_p}\right) \end{aligned} \quad 4.80$$

En injectant des courants de formes quelconques dans les deux phases du moteur On obtient une couple ou une force électromagnétique donnée par les relations :

- Pour un moteur rotatif

$$T_{em}(\vartheta_m, t) = -K_T \sin(p\vartheta_m) i_1(t) + K_T \cos(p\vartheta_m) i_2(t) \quad 4.81$$

- Pour un moteur linéaire

$$F_{em}(x, t) = -K_F \sin\left(\pi \frac{x}{\tau_p}\right) i_1(t) + K_F \cos\left(\pi \frac{x}{\tau_p}\right) i_2(t) \quad 4.82$$

#### 4.5.2.2 Modélisation de la commande en courant en boucle ouverte

La Figure 4-30 donne le modèle de simulation de la commande en courant d'un moteur biphasé linéaire en boucle ouverte. Dans le modèle du moteur, il faut tenir compte des couples ( $T_v$ ), respectivement forces ( $F_v$ ) de frottement visqueux pour avoir un amortissement de l'oscillation de la partie mobile. Le frottement visqueux est dû, d'une part à la partie mécanique, et d'autre part aux pertes liées à la courbe d'hystérèse du circuit magnétique. Le modèle de la commande en courant en boucle ouverte du moteur rotatif est basé sur les relations suivantes :

– Equations de mouvement

$$\sum T = T_{em} - T_r - T_{rel} = J\alpha \tag{4.83}$$

$$\Omega = \int \alpha(t)dt + \Omega(0) \tag{4.84}$$

$$\vartheta_m = \int \Omega(t)dt + \vartheta_m(0) \tag{4.85}$$

– Couples en présences

$$\left. \begin{aligned} T_{em1} &= K_{T1}(p\vartheta_m)\dot{i}_1(t) = -K_T \sin(p\vartheta_m)\dot{i}_1(t) \\ T_{em2} &= K_{T2}(p\vartheta_m)\dot{i}_2(t) = K_T \cos(p\vartheta_m)\dot{i}_2(t) \end{aligned} \right\} T_{em} = T_{em1} + T_{em2} \tag{4.86}$$

$$T_{fs} = \text{sgn}(v)T_f \tag{4.87}$$

$$T_v = C_v v \tag{4.88}$$

- avec
- J : [kgm/s<sup>2</sup>] masse de la partie en mouvement
  - T<sub>f</sub> : [Nm] couple de frottement sec
  - C<sub>v</sub> : [Nms/rad] coefficient de frottement visqueux
  - T<sub>rel</sub> : [Nm] couple réluctante
  - α : [rad/s<sup>2</sup>] accélération angulaire
  - Ω : [rad/s] vitesse angulaire
  - ϑ<sub>m</sub> : [rad] position angulaire

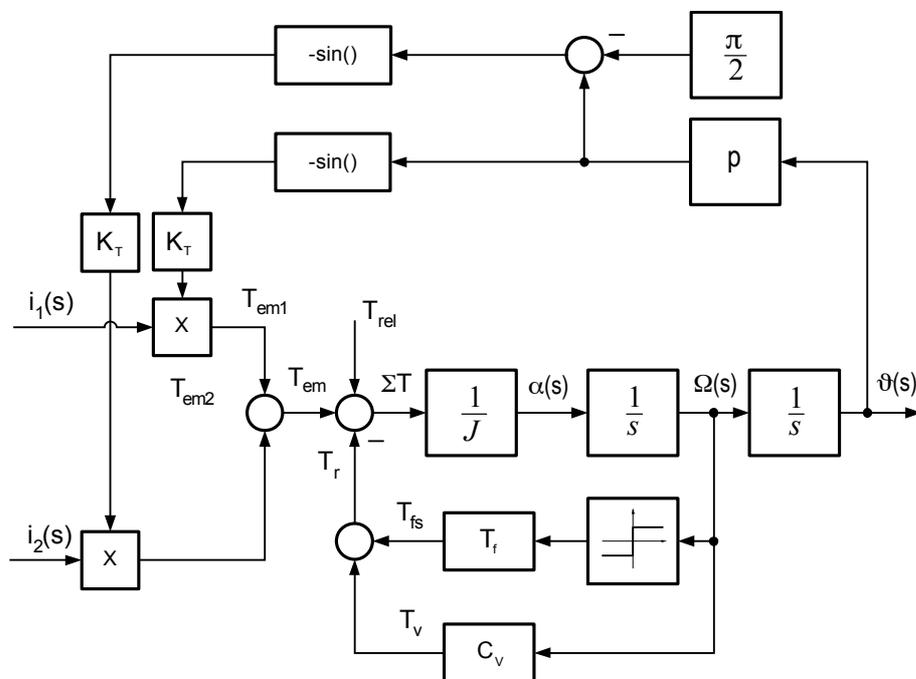


Figure 4-30 : Modélisation d'un moteur AC synchrone rotatif biphasé commandé en courant en boucle ouverte

Pour les moteurs biphasés linéaires, le modèle est similaire

– Equations de mouvement

$$\sum F = F_{em} - F_r - F_{rel} = ma \tag{4.89}$$

$$v = \int a(t)dt + v(0) \tag{4.90}$$

$$x = \int v(t)dt + x(0) \tag{4.91}$$

– Forces en présences

$$\left. \begin{aligned} F_{em1} &= K_{F1} \left( \frac{\pi}{\tau_p} x \right) i_1(t) = -K_F \sin \left( \frac{\pi}{\tau_p} x \right) i_1(t) \\ F_{em2} &= K_{F2} \left( \frac{\pi}{\tau_p} x \right) i_2(t) = K_F \cos \left( \frac{\pi}{\tau_p} x \right) i_2(t) \end{aligned} \right\} F_{em} = F_{em1} + F_{em2} \tag{4.92}$$

$$F_{fs} = \text{sgn}(v)F_f \tag{4.93}$$

$$F_v = C_v v \tag{4.94}$$

- avec
- m : [kg] masse de la partie en mouvement
  - F<sub>f</sub> : [N] force de frottement sec
  - C<sub>v</sub> : [Ns/m] coefficient de frottement visqueux
  - F<sub>rel</sub> : [N] force réluctante
  - a : [m/s<sup>2</sup>] accélération linéaire
  - v : [m/s] vitesse linéaire
  - x : [m] position linéaire

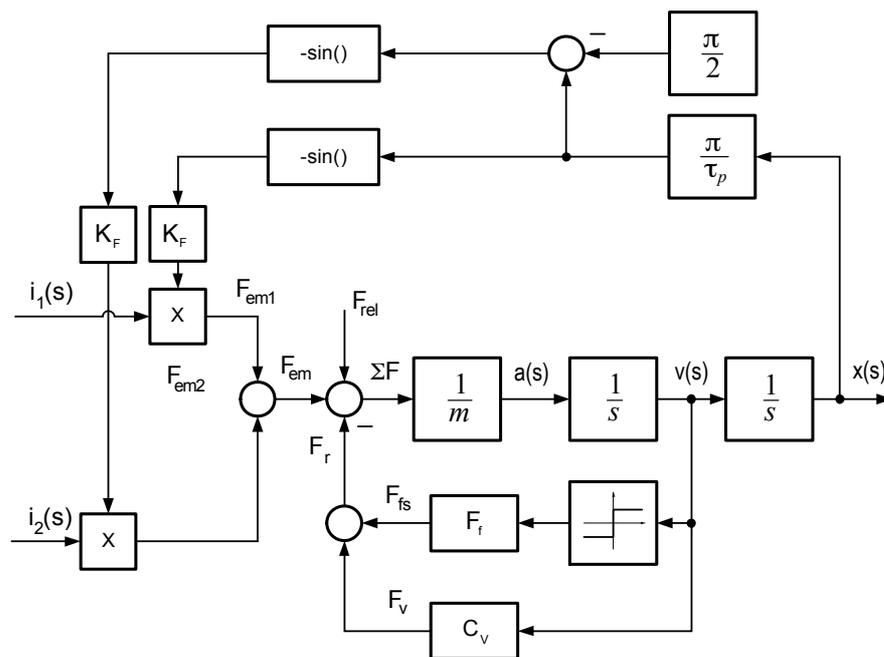


Figure 4-31 : Modélisation d'un moteur AC synchrone linéaire biphasé commandé en courant en boucle ouverte

### 4.5.2.3 Cas particulier

En imposant des courants de phases de formes sinusoïdales, de mêmes amplitudes mais déphasés de  $\pi/2$ , soit

$$\begin{aligned} i_1(t) &= I \cos(\omega t + \varphi) \\ i_2(t) &= I \cos(\omega t + \varphi - \pi/2) = I \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad 4.95$$

Le couple ou la force produite est une onde progressive dont la vitesse est définie par les relations 4.27 ou 4.28.

## 4.5.3 Moteur triphasé

### 4.5.3.1 Cas général

Les distributions des constantes de force sont définies par les relations suivantes :

- moteur rotatif

$$\begin{aligned} K_{T1}(\vartheta_m) &= -K_T \sin(p\vartheta_m) \\ K_{T2}(\vartheta_m) &= -K_T \sin(p\vartheta_m - 2\pi/3) \\ K_{T3}(\vartheta_m) &= -K_T \sin(p\vartheta_m - 4\pi/3) \end{aligned} \quad 4.96$$

- moteur linéaire

$$\begin{aligned} K_{F1}(x) &= -K_F \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \\ K_{F2}(x) &= -K_F \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 2\pi/3\right) \\ K_{F3}(x) &= -K_F \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 4\pi/3\right) \end{aligned} \quad 4.97$$

On obtient une couple ou une force électromagnétique donnée par les relations :

- moteur rotatif

$$T_{em}(\vartheta_m, t) = -K_T (\sin(p\vartheta_m) i_1(t) + \sin(p\vartheta_m - 2\pi/3) i_2(t) + \sin(p\vartheta_m - 4\pi/3) i_3(t)) \quad 4.98$$

- moteur linéaire

$$F_{em}(\vartheta_m, t) = -K_F \left( \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) i_1(t) + \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 2\pi/3\right) i_2(t) + \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 4\pi/3\right) i_3(t) \right) \quad 4.99$$

### Modélisation de la commande en courant en boucle ouverte

Les Figure 4-32 et Figure 4-33 illustrent le modèle de simulation de la commande en courant d'un moteur triphasé en boucle ouverte. La définition des termes est identique à celle donnée pour le moteur biphasé linéaire.

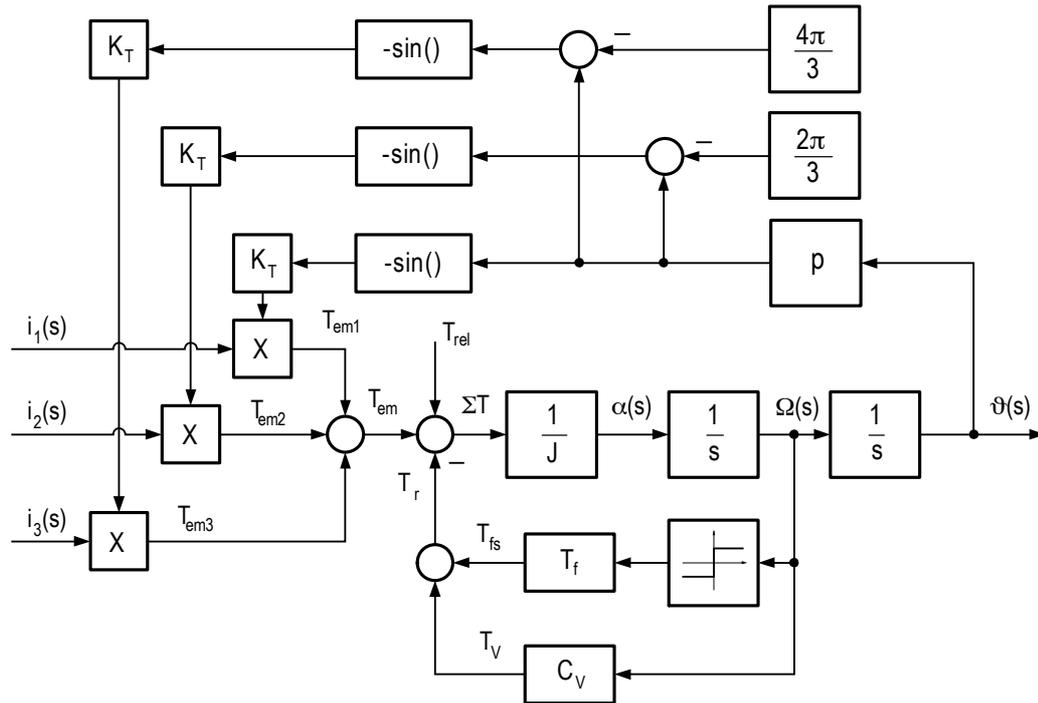


Figure 4-32 : Modélisation d'un moteur AC synchrone rotatif triphasé commandé en courant en boucle ouverte

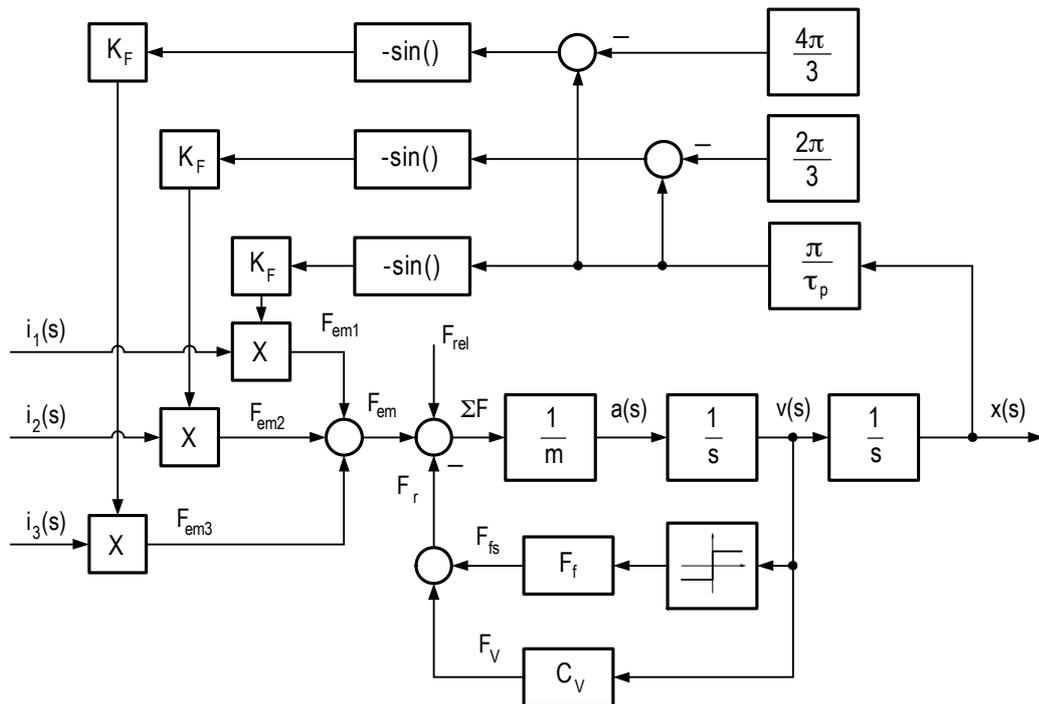


Figure 4-33 : Modélisation d'un moteur AC synchrone linéaire triphasé commandé en courant en boucle ouverte

#### 4.5.3.2 Transformation du modèle en un système biphasé

En utilisant la transformation de coordonnées donnée par la relation 4.55. Et sachant que pour un système triphasé symétrique on a :

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0$$

On peut écrire :

$$i_{\alpha^s}(t) = \frac{1}{3}(2i_1(t) - i_2(t) - i_3(t)) \underbrace{=}_{i_1+i_2+i_3=0} i_1(t)$$

$$i_{\beta^s}(t) = \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_2(t) - \frac{\sqrt{3}}{2}i_3(t)\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_2(t) - i_3(t))$$
4.101

Les modèles sont identiques à ceux des Figure 4-30 et Figure 4-32 déterminés pour un moteur biphasé.

#### 4.5.3.3 Cas particulier

En imposant des courants de phases de formes sinusoïdales, de mêmes amplitudes mais déphasés de  $2\pi/3$ , soit

$$i_1(t) = I \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i_2(t) = I \cos(\omega t + \varphi - 2\pi/3)$$

$$i_3(t) = I \cos(\omega t + \varphi - 4\pi/3)$$
4.102

Le couple ou la force produit est une onde progressive dont la vitesse est définie par les relations 4.27 ou 4.28.

#### 4.5.4 Démarrage d'un moteur AC synchrone commandé en courant en boucle ouverte

Le démarrage d'un moteur AC synchrone en boucle ouverte, que ce dernier soit commandé en courant ou en tension demande une attention particulière. En effet, lors du démarrage, la position relative stator – rotor n'est pas connue. L'injection de courants dans les phases va provoquer un mouvement transitoire du rotor afin de l'amener dans une position d'équilibre (alignement des axes magnétiques statorique et rotorique). De plus si la vitesse de l'onde progressive de couple respectivement de force est trop importante, l'accélération du moteur ne permet pas d'atteindre la vitesse de l'onde avant un passage par un maximum de couple, respectivement de force. Dans ce cas le moteur décroche. Pour que les conditions de démarrage soient satisfaites, il faut, en principe commencer par une phase d'initialisation puis limiter la vitesse de l'onde de couple respectivement de force progressive. Il est aussi possible de corrélérer la pulsation électrique  $\omega$  des courants de phases avec l'amplitude de ces derniers.

##### 4.5.4.1.1 Phase d'initialisation

La phase d'initialisation d'un moteur en boucle ouverte permet de caler le moteur dans une position d'équilibre. Pour y parvenir, on impose un courant constant dans chaque phase. Pour une distribution spatiale sinusoïdale du courant, on pose en général la relation suivante pour les courants dans chaque phase en tenant compte de la relation

- moteur biphasé

$$i_1(t, \varphi) = I_{DC} \cos(\varphi) \varepsilon(t)$$

$$i_2(t, \varphi) = I_{DC} \sin(\varphi) \varepsilon(t)$$
4.103

- moteur triphasé

$$\begin{aligned}
 i_1(t, \varphi) &= I_{DC} \cos(\varphi) \varepsilon(t) \\
 i_2(t, \varphi) &= I_{DC} \cos(\varphi - 2\pi/3) \varepsilon(t) \\
 i_3(t, \varphi) &= I_{DC} \cos(\varphi - 4\pi/3) \varepsilon(t)
 \end{aligned}
 \tag{4.104}$$

pour  $\varphi$  compris entre  $[-\pi \dots \pi]$ .

- moteur biphasé rotatif

$$J_{Rotor} \frac{\partial^2 \vartheta_m}{\partial t^2} + C_\omega \frac{\partial \vartheta_m}{\partial t} - I_{DC} K_T \sin(\varphi - p \vartheta_m) = 0
 \tag{4.105}$$

- moteur biphasé linéaire

$$m_{Rotor} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + C_v \frac{\partial x}{\partial t} - I_{DC} K_F \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{\tau_p} x\right) = 0
 \tag{4.106}$$

- moteur triphasé rotatif

$$J_{Rotor} \frac{\partial^2 \vartheta_m}{\partial t^2} + C_\omega \frac{\partial \vartheta_m}{\partial t} - I_{DC} \frac{3}{2} K_T \sin(\varphi - p \vartheta_m) = 0
 \tag{4.107}$$

- moteur triphasé linéaire

$$m_{Rotor} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + C_v \frac{\partial x}{\partial t} - I_{DC} \frac{3}{2} K_F \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{\tau_p} x\right) = 0
 \tag{4.108}$$

La Figure 4-34 montre le cas d'une initialisation pour un moteur linéaire pour  $\varphi = -\pi/2$ , et  $x(0) = 0$ . La position d'équilibre finale correspond à une force nulle soit  $x(\infty) = \tau_p/2$ .

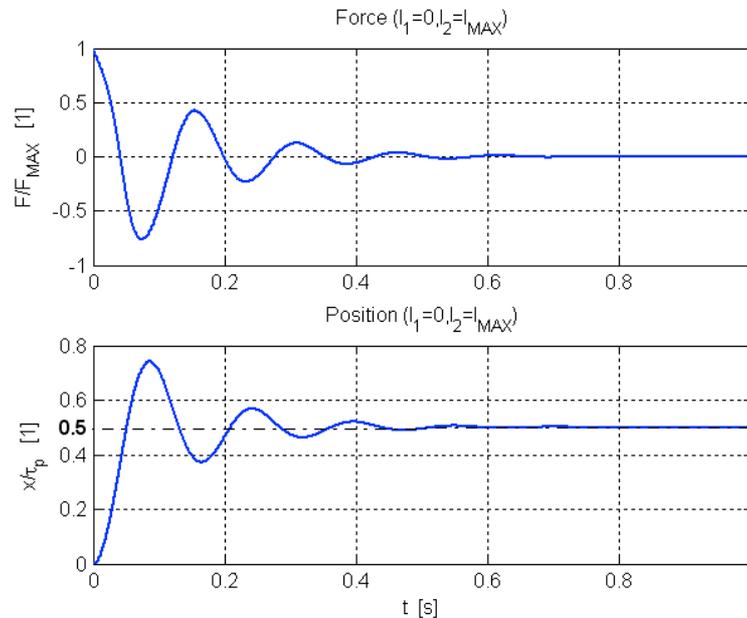


Figure 4-34 : Déplacement à la position d'équilibre en phase d'initialisation

#### 4.5.4.1.2 Mouvement en boucle ouverte

Un mouvement en boucle ouverte peut être initié avec ou sans phase d'initialisation. Le frottement visqueux fait apparaître une force proportionnelle à la vitesse ce qui entraîne une différence de position entre la position d'équilibre (position à force nulle) et la position en cours de mouvement. Lorsque la force de frottement est égale ou supérieure au maximum de l'onde progressive de force électromagnétique, il y a décrochage. La Figure 4-35 illustre un mouvement avec décrochage.

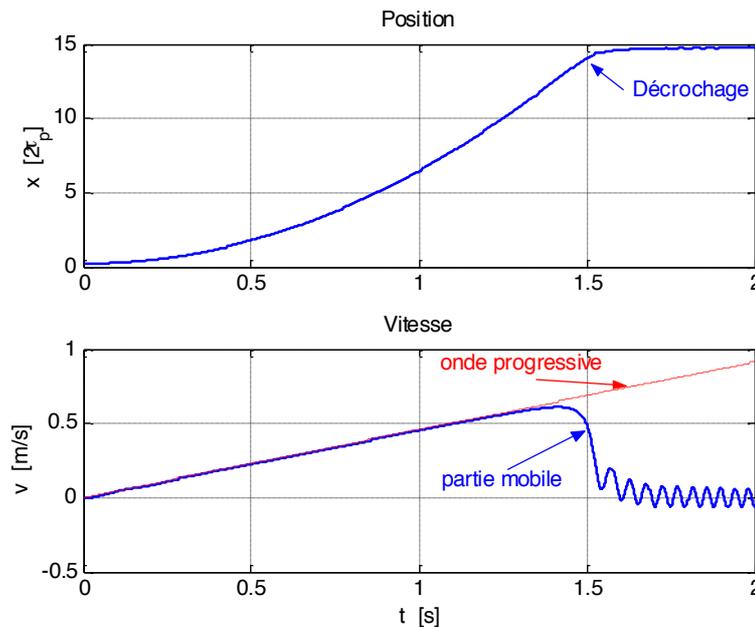


Figure 4-35 : Phénomène de décrochage en boucle ouverte

### 4.5.5 Interprétation des résultats

Grâce à l'utilisation des phaseurs, les expressions générales du couple électromagnétique et de la force sont identiques pour les moteurs biphasés et triphasés.

On voit que, rapporté à une phase, les distributions des constantes de couple (force) et de tension induite sont identiques.

Pour les moteurs triphasés, la constante de force globale est 3/2 fois plus élevée que pour un moteur biphasé. Par contre la relation liant le couple (force) au déphasage entre les axes magnétiques rotorique et statorique sont identiques pour les moteurs biphasés et triphasés.

#### 4.5.5.1 Analogie mécanique.

##### 4.5.5.1.1 Mécanisme à ressort (analogie avec un moteur rotatif)

###### 4.5.5.1.1.1 Relations générales

Le moteur peut être modélisé par un mécanisme comportant deux barres liées par un ressort. La barre appelée *Stator* est entraînée par un mécanisme externe à la vitesse angulaire  $\Omega$ . La barre appelée *Rotor* est liée au *Stator* par un *Ressort*. La position angulaire du *Rotor* vaut  $p\vartheta_m$ . La Figure 4-36 illustre ce mécanisme.

En supposant que le *Rotor* présente une inertie  $J_R$  rapportée au centre de rotation et que le *Ressort* présente un coefficient de force  $K$  en fonction de l'allongement  $\Delta L$ , le couple  $T$  appliqué au *Rotor* lorsque le *Stator* tourne à la vitesse angulaire  $\omega$  est donné par les relations suivantes

- Force issue du ressort  
On admet ici (cas irréaliste) que le ressort présente une force nulle que lorsque sa longueur est nulle.

$$F = K\Delta L \quad 4.109$$

- Allongement du ressort

$$\Delta L = 2r \sin(\vartheta/2) \quad 4.110$$

- Couple issu de la force appliquée par le ressort

$$T_{em} = F \cos(\vartheta/2)r \quad 4.111$$

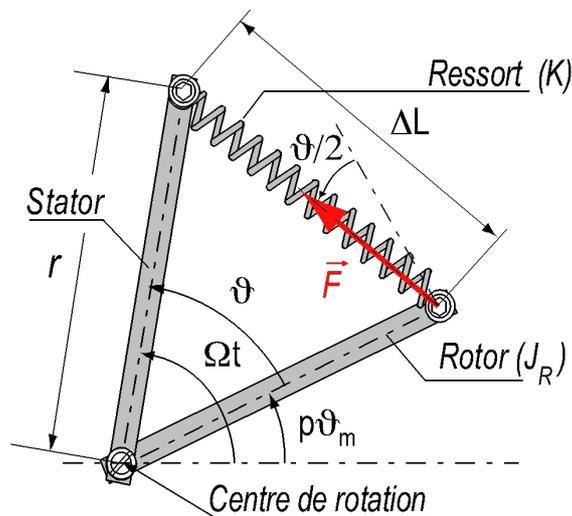


Figure 4-36 : Modèle mécanique d'un moteur AC synchrone commandé en boucle ouverte

Finalement le couple prend la forme suivante :

$$T_{em} = 2Kr^2 \sin(\vartheta/2)\cos(\vartheta/2)r = Kr^2 \sin(\vartheta) = -Kr^2 \sin(p\vartheta_m - \Omega t) \quad 4.112$$

L'équation de mouvement du *Rotor* est donnée par :

$$\begin{aligned} \sum T = T_{em} - T_f = T_{em} - C_v \frac{\partial \vartheta_m}{\partial t} &= J_R \frac{\partial^2 \vartheta_m}{\partial t^2} \\ \Rightarrow J_R \frac{\partial^2 \vartheta_m}{\partial t^2} + C_v \frac{\partial \vartheta_m}{\partial t} + Kr^2 \sin(\Omega t - p\vartheta_m) &= 0 \end{aligned} \quad 4.113$$

où  $T_f$  représente un couple de frottement visqueux proportionnel à la vitesse angulaire  $\partial \vartheta_m / \partial t$ .

#### 4.5.5.1.1.2 Comportement dynamique

Pour  $\vartheta = 0$ , le rotor se trouve en position d'équilibre stable. Au démarrage, si on ne désire pas de phase transitoire, il est nécessaire de connaître la position angulaire mécanique  $\vartheta_m = 0^\circ$  du rotor.

Pour  $\vartheta = \pi$ , le Rotor se trouve en position d'équilibre instable. En effet le couple appliqué sur le Rotor est nul, mais toute déviation par rapport à ce point provoque un couple qui va ramener le rotor en  $\vartheta = 0$ .

Si l'accélération du Stator est trop grande, c'est-à-dire que l'angle entre les deux barres n'est plus compris entre  $-\pi < \vartheta < \pi$ . Le Stator va alors tourner à une vitesse angulaire moyenne plus élevée que celle du Rotor il y a alors perte de synchronisme.

#### 4.5.5.1.2 Bille sur une tôle ondulée (analogie avec un moteur linéaire)

Imaginons une bille placée sur une tôle ondulée et observons les mouvements de cette bille dans la direction perpendiculaire aux ondulations de la tôle. On admet que la bille se déplace par glissement (la bille ne tourne pas).

##### 4.5.5.1.2.1 Phase d'initialisation

La phase d'initialisation revient à déposer la bille n'importe où sur la tôle ondulée immobile et à attendre que le mouvement de la bille s'arrête « au fond » d'une gorge.

Quatre cas sont possibles :

- La bille est placée au fond d'une ondulation (position d'équilibre)
- La bille est placée au sommet d'une ondulation (position d'équilibre instable)
- La bille est placée à gauche du sommet d'une ondulation (mouvement vers la gauche)
- La bille est placée à droite du sommet d'une ondulation (mouvement vers la droite)

La Figure 4-37 illustre le cas de la bille placée à droite du sommet le plus proche. La position extrême et le nombre d'oscillations de la bille autour de sa position finale dépendent des frottements sec et visqueux. Sans frottement la bille oscille entre la position initiale et la position extrême sans amortissement du mouvement.

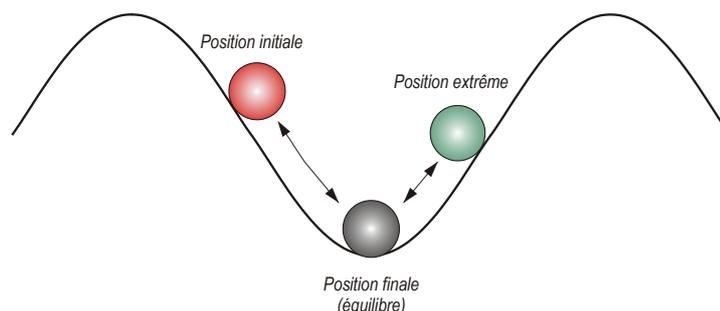


Figure 4-37 : Bille placée à droite

La Figure 4-38 illustre le cas où la bille est posée en position instable. Dans ce cas, la bille peut se déplacer vers la gauche ou vers la droite en fonction de la direction de la perturbation agissant sur sa position initiale.

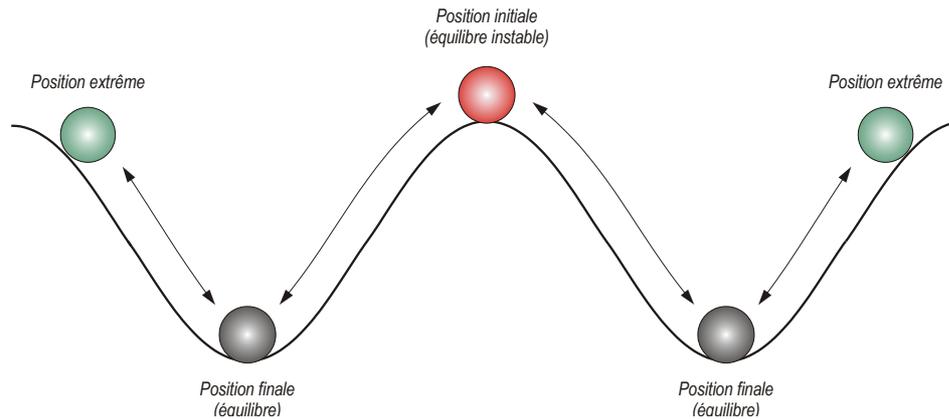


Figure 4-38 : Bille placée en position équilibre instable

De nouveau les mouvements oscillatoires de la bille dépendent des frottements. La position d'équilibre est le fond d'une gorge si et seulement si il n'y a pas de frottement sec.

#### 4.5.5.1.2.2 Mouvement de la tôle ondulée

Imaginons qu'à la fin de la phase d'initialisation, on déplacement brusquement (impulsion de Dirac d'accélération) la tôle ondulée. La bille va se déplacer sur la partie opposée au mouvement. Dans ce cas, une force  $\sum \mathbf{F} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_R + \mathbf{P} = m\mathbf{a}$  va permettre à la bille de monter le long de la gorge et donc d'accélérer dans le sens du déplacement de la tôle ondulée. Lorsque la vitesse de la bille est identique à la vitesse de la tôle ondulée, la somme des forces est nulle. Dans ce cas la bille atteint sa position d'équilibre. Cette position est située en retrait de la position d'équilibre en phase d'initialisation. La bille est donc en retard (déphasage). Plus la force de frottement  $\mathbf{F}_R$  est grande, plus la bille se trouve éloignée de la position d'équilibre de repos. La Figure 4-39 illustre le cas décrit au dessus.

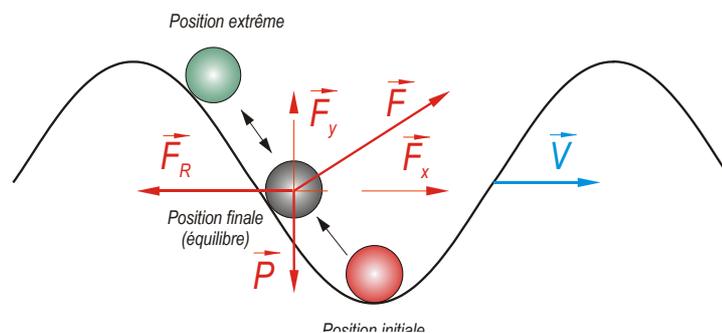


Figure 4-39 : Bille placée en position équilibre stable et déplacement de la tôle ondulée

avec :

- $F_R$  : Force de frottement (sec+visqueux)
- $P$  : Poids de la bille
- $F$  : Réaction de la tôle ondulée sur la bille

Lorsque la vitesse de la tôle ondulée est trop élevée, la bille n'a pas le temps d'atteindre cette vitesse avant de passer au-delà du point d'équilibre instable. Même comportement si la force résistante  $\mathbf{F}_R$  devient trop grande. Dans ce cas on parle de décrochage.

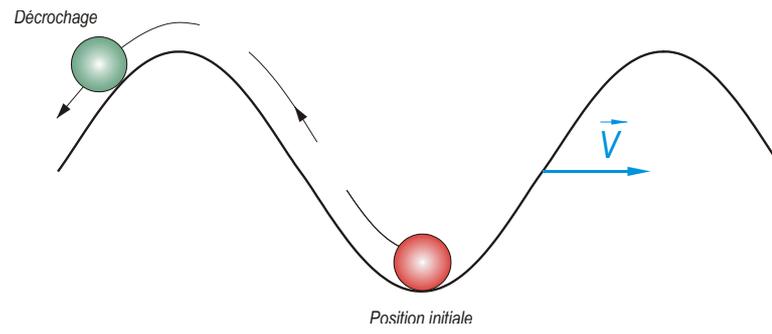


Figure 4-40 : Déplacement trop rapide (décrochage)

## 4.6 MOTEUR COMMANDÉ EN COURANT EN BOUCLE FERMÉE

### 4.6.1 But de la commande en courant en boucle fermée

Les §4.4.6.4.1 (moteur biphasé) et § 4.4.7.7.1 (moteur triphasé) donnent les relations existant entre le couple respectivement la force produit par un moteur en fonction de l'angle entre les axes magnétiques rotorique et statorique. Les résultats analytiques (relations {4.40}, {4.41} et {4.66}, {4.67}) montrent que l'axe magnétique statorique doit être en avance d'un angle électrique de  $\pi/2$  sur l'axe magnétique statorique.

En plaçant un codeur de position donnant, avec une précision et une résolution à définir, la position relative rotor – stator il est possible de contrôler l'angle entre les axes magnétiques rotorique et statorique. En maintenant cet angle constant, le couple du moteur peut être contrôlé sans risque de décrochage et sans élasticité.

### 4.6.2 Moteur biphasé commandé en courant en boucle fermée

A l'aide du capteur de position il est possible d'imposer les courants de phases en fonction de la position électrique.

$$\begin{aligned} i_1(t, \vartheta_e) &= -i(t) \sin(\vartheta_e + \varphi) \\ i_2(t, \vartheta_e) &= i(t) \cos(\vartheta_e + \varphi) \end{aligned} \quad 4.114$$

#### – moteur rotatif

Avec des distributions des constantes de couple définies par les relations 4.79, le couple donné par la relation 4.81 prend la forme suivante :

$$T_{em}(t) = K_{T1}(\vartheta_m) i_1(t, \vartheta_m) + K_{T2}(\vartheta_m) i_2(t, \vartheta_m) = K_T i(t) \cos(\varphi) \quad 4.115$$

#### – moteur linéaire

Avec des distributions des constantes de force définies par les relations 4.80, la force donnée par la relation 4.82 prend la forme suivante :

$$F_{em}(t) = K_{F1}(x) i_1(t, x) + K_{F2}(x) i_2(t, x) = K_F i(t) \cos(\varphi) \quad 4.116$$

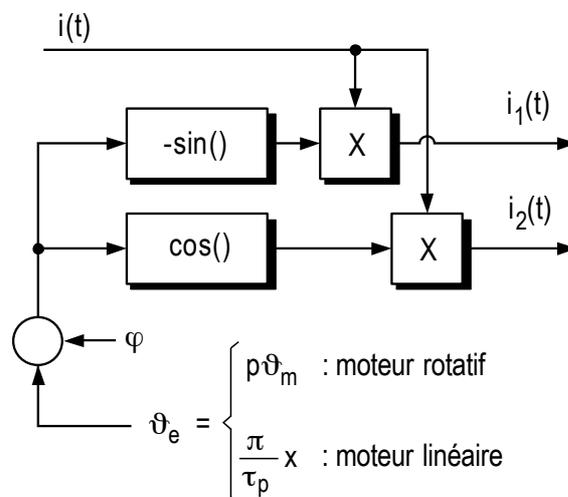


Figure 4-41 : Définition des courants de phases en fonction de la position relative rotor - stator

4.6.2.1 Représentation vectorielle

La représentation vectorielle des courants de phases est illustrée à la 4.39

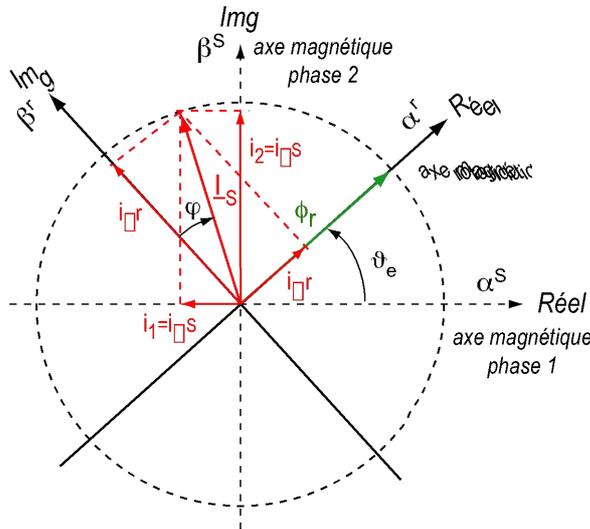


Figure 4-42 : Représentation vectorielle des courants de phases

A partir de la représentation vectorielle, il est aisé d'exprimer les composantes du phaseur de courant dans le référentiel tournant (voir §4.4.6.3).

$$\begin{aligned}
 i_{\alpha^r}(t, \varphi) &= \underbrace{i_{\alpha^s}(t, \vartheta_e)}_{-i(t)\sin(\vartheta_e+\varphi)} \cos(\vartheta_e) + \underbrace{i_{\beta^s}(t, \vartheta_e)}_{i(t)\cos(\vartheta_e+\varphi)} \sin(\vartheta_e) = -i(t)\sin(\varphi) \\
 i_{\beta^r}(t, \varphi) &= -\underbrace{i_{\alpha^s}(t, \vartheta_e)}_{-i(t)\sin(\vartheta_e+\varphi)} \sin(\vartheta_e) + \underbrace{i_{\beta^s}(t, \vartheta_e)}_{i(t)\cos(\vartheta_e+\varphi)} \cos(\vartheta_e) = i(t)\cos(\varphi)
 \end{aligned}
 \tag{4.117}$$

Le couple respectivement la force sont maximums lorsque l'on impose  $\varphi=0$ . Par conséquent lorsque la composante  $i_{\alpha^r} = 0$ . On voit que, dans ce cas, on a l'axe magnétique rotorique en retard de  $90^\circ$  électrique sur l'axe magnétique statorique.

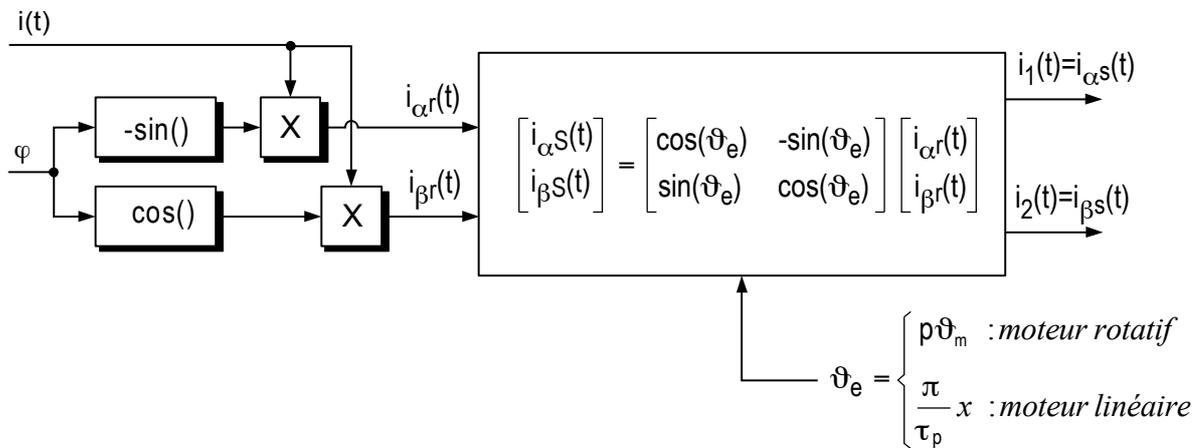


Figure 4-43 : Définition des courants de phases en fonction de l'amplitude et de la position relative stator

### 4.6.3 Moteur triphasé commandé en courant en boucle fermée

Comme pour les moteurs biphasés, il est possible d'imposer les courants de phases en fonction de la position électrique.

$$\begin{aligned} i_1(t, \vartheta_e) &= -i(t) \sin(\vartheta_e + \varphi) \\ i_2(t, \vartheta_e) &= -i(t) \sin(\vartheta_e - 2\pi/3 + \varphi) \\ i_3(t, \vartheta_e) &= -i(t) \sin(\vartheta_e - 4\pi/3 + \varphi) \end{aligned} \quad 4.118$$

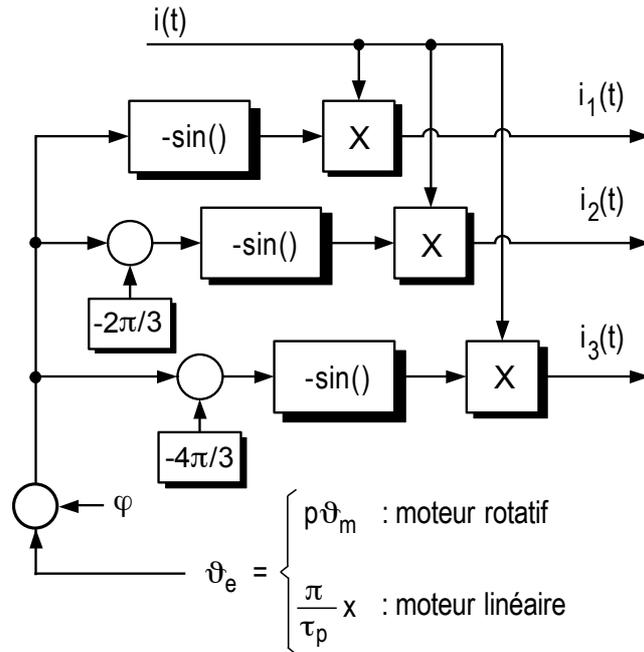


Figure 4-44 : Définition des courants de phases en fonction de l'amplitude et de la position relative stator

#### – moteur rotatif

Avec des distributions des constantes de couple définies par les relations 4.96, le couple donné par la relation 4.98 prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} T_{em}(t) &= K_{T1}(\vartheta_m) i_1(t, \vartheta_m) + K_{T2}(\vartheta_m) i_2(t, \vartheta_m) + K_{T3}(\vartheta_m) i_3(t, \vartheta_m) \\ &= \frac{3}{2} K_T i(t) \cos(\varphi) \end{aligned} \quad 4.119$$

#### – moteur linéaire

Avec des distributions des constantes de force définies par les relations 4.97, la force donnée par la relation 4.99 prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} F_{em}(t) &= K_{F1}(x) i_1(t, x) + K_{F2}(x) i_2(t, x) + K_{F3}(x) i_3(t, x) \\ &= \frac{3}{2} K_F i(t) \cos(\varphi) \end{aligned} \quad 4.120$$

Les moteurs triphasés peuvent être commandés comme les moteurs biphasés grâce aux phaseurs. En effet, les composantes du phaseur de courant sont données par la relation 4.101

$$i_{\alpha^s}(t) = i_1(t) = -i(t) \sin(\theta_e + \varphi)$$

$$i_{\beta^s}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_2(t) - i_3(t)) = i(t) \cos(\theta_e + \varphi) \tag{4.121}$$

En utilisant la transformation inverse (relation 4.59), il est possible d'utiliser un capteur biphasé pour générer les trois courants de phases du moteur.

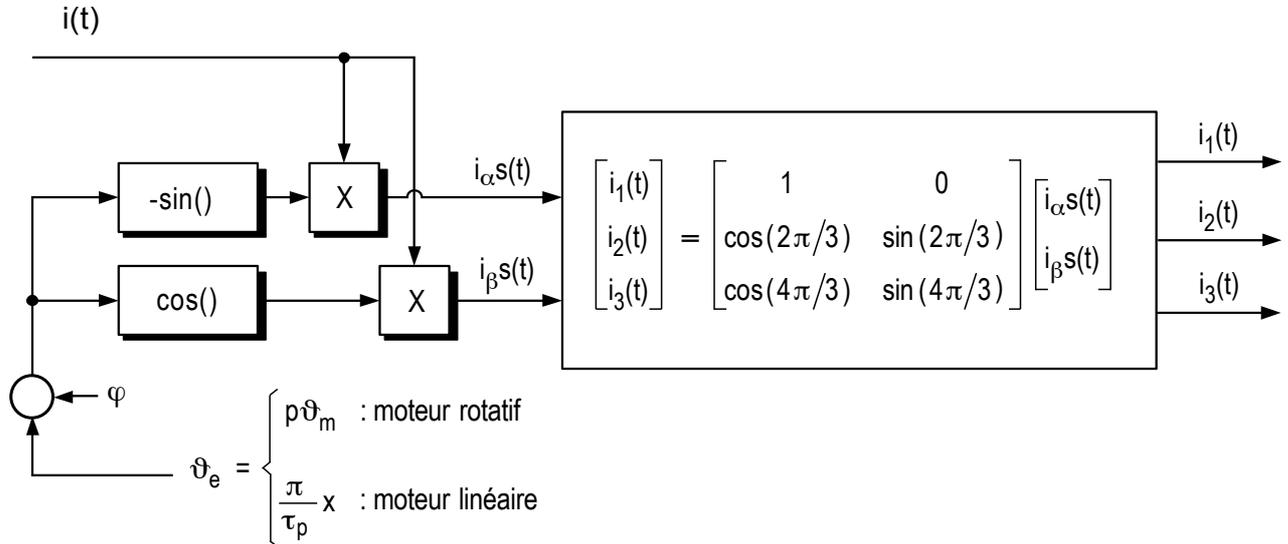


Figure 4-45 : Définition des courants de phase en fonction de l'amplitude et de la position relative stator

#### 4.6.3.1 Représentation vectorielle

La représentation vectorielle des courants de phases est illustrée à la 4.39

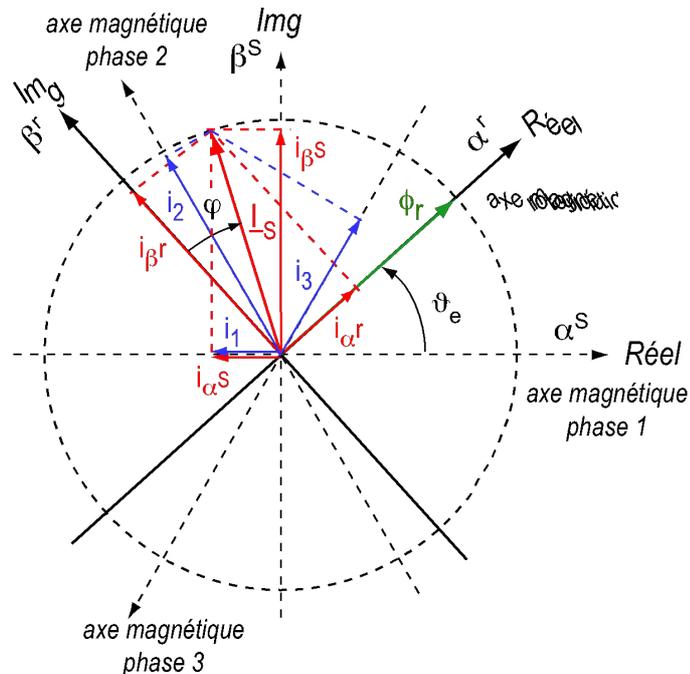


Figure 4-46 : Représentation vectorielle des courants de phases

A partir de la représentation vectorielle, il est aisé d'exprimer les composantes des courants dans le référentiel tournant.

$$\begin{aligned} i_{\alpha'}(t, \varphi) &= i_{\alpha^s}(t, \vartheta_e) \cos(\vartheta_e) + i_{\beta^s}(t, \vartheta_e) \sin(\vartheta_e) \\ i_{\beta'}(t, \varphi) &= -i_{\alpha^s}(t, \vartheta_e) \sin(\vartheta_e) + i_{\beta^s}(t, \vartheta_e) \cos(\vartheta_e) \end{aligned} \quad 4.122$$

Puis à l'aide de la relation 4.121

$$\begin{aligned} i_{\alpha'}(t, \varphi) &= -i(t) \sin(\varphi) \\ i_{\beta'}(t, \varphi) &= i(t) \cos(\varphi) \end{aligned} \quad 4.123$$

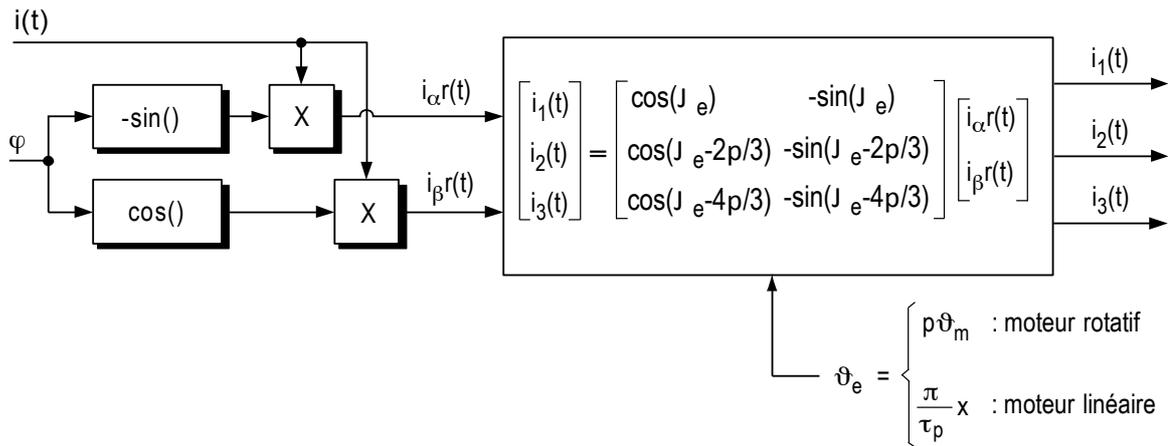


Figure 4-47 : Définition des courants de phase en fonction de l'amplitude et de la position relative stator

Comme pour les moteurs biphasés, le couple respectivement la force sont maximums lorsque l'on impose  $\varphi=0$ . Par conséquent lorsque la composante  $i_{\alpha'} = 0$ . On voit que dans ce cas on a l'axe magnétique rotorique en retard de  $90^\circ$  électrique sur l'axe magnétique statorique.

## 4.7 COMMANDE EN TENSION EN BOUCLE OUVERTE

### 4.7.1 Généralités

La commande en courant présente les avantages suivants :

1. contrôle direct du couple respectivement de la force,
2. contrôle des courants maximums de phases
  - 2.1. protection thermique du moteur,
  - 2.2. protection contre la démagnétisation des aimants.

Par contre, la commande en courant nécessite l'asservissement des courants de phases. Pour réaliser ces asservissements il faut introduire dans le système des mesures de courant ainsi que l'électronique (analogique et numérique) nécessaire à ce type de contrôle. Pour des applications peu contraignantes il est possible de commander le moteur en tension. Ce type de commande demande un certain nombre de précautions afin d'éviter la destruction du moteur par des courants de phases trop élevés.

### 4.7.2 Moteur biphasé commandé en tension en boucle ouverte

Les tensions de phases (pas de mutuelles entre phases) s'écrivent

$$u_1(t) = \frac{\partial \psi_1}{\partial t} + R \cdot i_1(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i_1(t) + R \cdot i_1(t) + u_{i1}(t) \quad 4.124$$

$$u_2(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i_2(t) + R \cdot i_2(t) + u_{i2}(t) \quad 4.125$$

Après transformation de Laplace, les courants de phases sont donnés par les relations suivantes :

$$i_1(s) = \frac{1/R}{L/Rs + 1} (u_1(s) - u_{i1}(s)) \quad 4.126$$

$$i_2(s) = \frac{1/R}{L/Rs + 1} (u_2(s) - u_{i2}(s)) \quad 4.127$$

En ajoutant à la modélisation de la commande en courant en boucle ouverte (§4.5.2) les relations liant les courants de phases aux tensions induites de mouvement et aux tensions de phases on obtient les modèles des Figure 4-48 et Figure 4-49.

On voit donc qu'un moteur commandé en tension présente plusieurs inconvénients.

1. Le couple produit est directement proportionnel aux courants de phases et non aux tensions de phases.
2. Il n'y a pas de relation directe entre les courants de phases et les tensions de phases. En effet la vitesse relative rotor – stator a un effet aussi important que les tensions de phases.
3. Au démarrage, lorsque la tension induite de mouvement est nulle, les courants de phases ne sont limités que par les résistances de phases. Les croissances des courants sont limitées quant à elles par les inductances propres des phases.

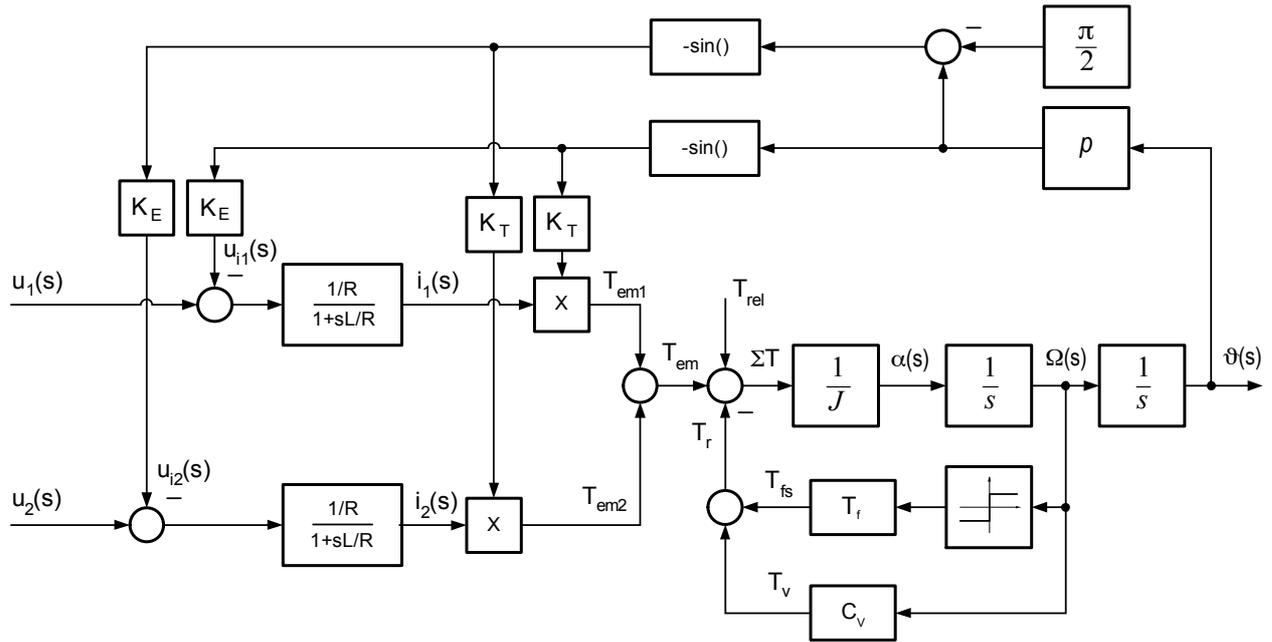


Figure 4-48 : Modèle du moteur biphasé rotatif commandé en tension en boucle ouverte

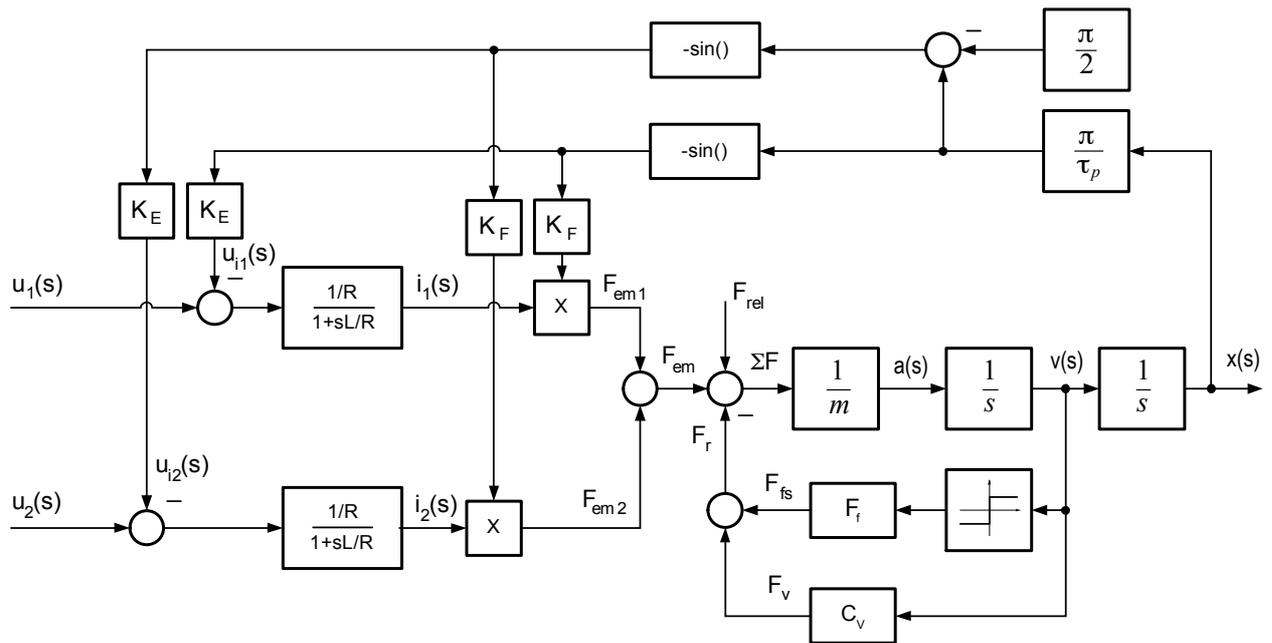


Figure 4-49 : Modèle du moteur biphasé linéaire commandé en tension en boucle ouverte

### 4.7.3 Moteur triphasé commandé en tension en boucle ouverte

Pour les moteurs triphasés, il existe des couplages magnétiques entre phases. Comme déjà indiqué, on fait l'hypothèse que ces couplages sont indépendants de la position relative rotor – stator. De plus on suppose également que la symétrie des moteurs est parfaite ce qui permet de dire que non seulement il y a réciprocity entre les mutuelles de deux mêmes phases mais également égalité de toutes les mutuelles ( $L_{12}=L_{21}=L_{13}=L_{31}=L_{23}=L_{32}=M$ ).

$$\begin{aligned}
 u_1(t) &= \frac{\partial \psi_1}{\partial t} + R \cdot i_1(t) \\
 &= L_{11} \frac{d}{dt} i_1(t) + L_{12} \frac{d}{dt} i_2(t) + L_{13} \frac{d}{dt} i_3(t) + R \cdot i_1(t) + u_{i1}(t) \\
 &= \underbrace{(L_{11} - M)}_{\substack{L_{12}=L_{13}=M \\ i_1(t)+i_2(t)+i_3(t)=0}} \frac{d}{dt} i_1(t) + R \cdot i_1(t) + u_{i1}(t)
 \end{aligned} \tag{4.128}$$

$$u_2(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i_2(t) + R \cdot i_2(t) + u_{i2}(t) \tag{4.129}$$

$$u_3(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i_3(t) + R \cdot i_3(t) + u_{i3}(t) \tag{4.130}$$

Après transformation de Laplace, les courants de phases sont donnés par la relation suivante

$$i_1(s) = \frac{1/R}{L/Rs + 1} (u_1(s) - u_{i1}(s)) \tag{4.131}$$

$$i_2(s) = \frac{1/R}{L/Rs + 1} (u_2(s) - u_{i2}(s)) \tag{4.132}$$

$$i_3(s) = \frac{1/R}{L/Rs + 1} (u_3(s) - u_{i3}(s)) \tag{4.133}$$

En ajoutant à la modélisation de la commande en courant en boucle ouverte (§4.5.3) les relations liant les courants de phases aux tensions induites de mouvement et aux tensions de phases on obtient les modèles des Figure 4-50 et Figure 4-51.

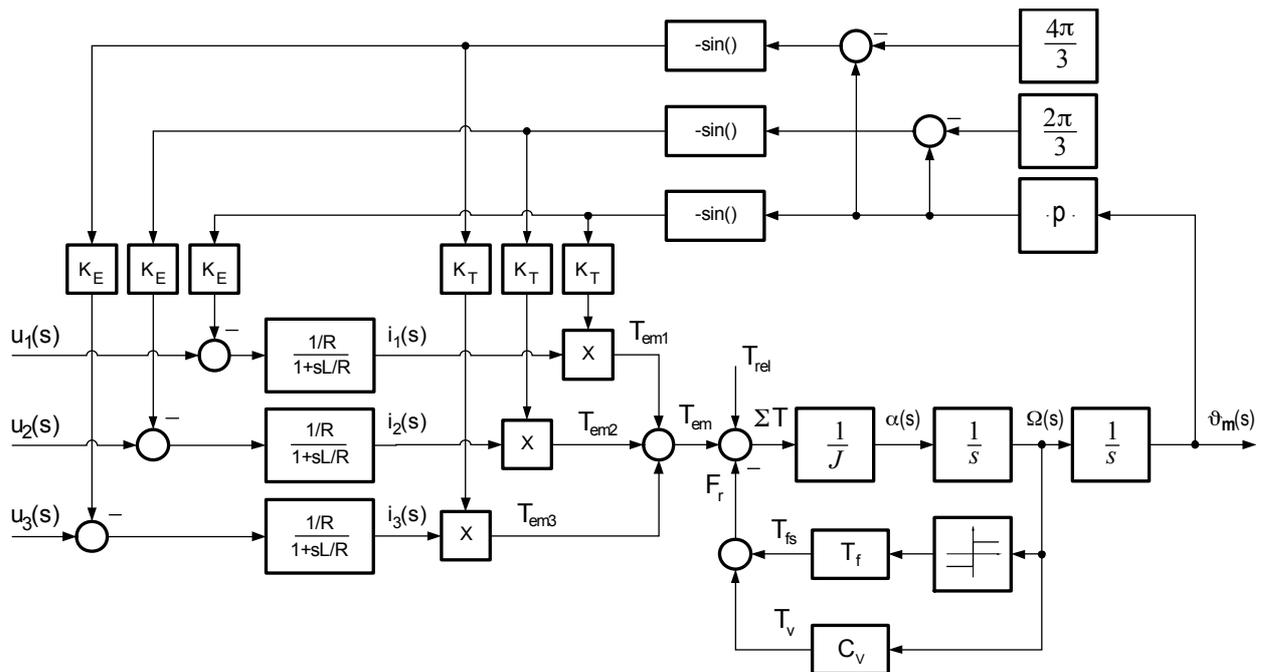


Figure 4-50 : Modèle du moteur biphasé rotatif commandé en tension en boucle ouverte

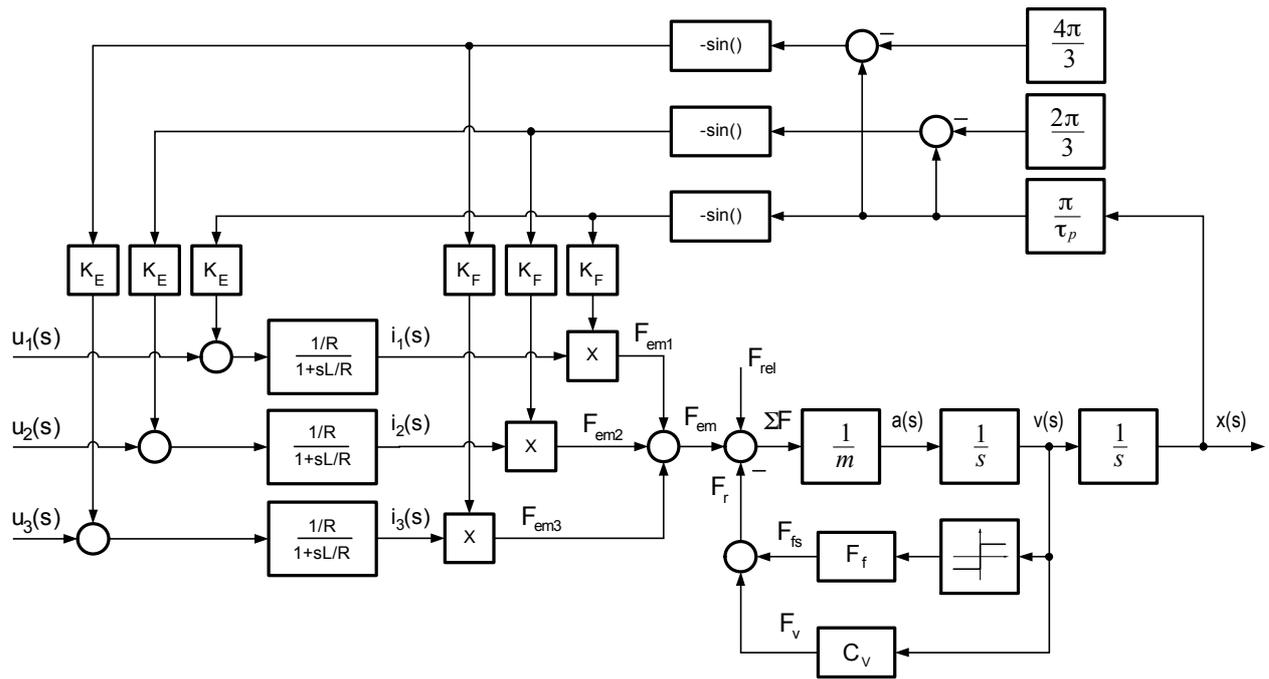


Figure 4-51 : Modèle du moteur biphasé linéaire commandé en tension en boucle ouverte



Le phaseur des courants de phases, exprimé dans le référentiel tournant  $\{\alpha^r, \beta^r\}$  est directement fonction du phaseur des tensions de phases et de la vitesse, cette dernière donnant l'amplitude du phaseur des tensions induites de mouvement

$$\underline{\mathbf{I}}_r = \frac{\underline{\mathbf{U}} - \underline{\mathbf{U}}_i}{R + j\omega_e L} = \frac{\underline{\mathbf{U}} - \underline{\mathbf{U}}_i}{\sqrt{R^2 + (\omega_e L)^2}} e^{-j \tan^{-1}\left(\frac{\omega_e L}{R}\right)} = \frac{U - U_i}{\sqrt{R^2 + (\omega_e L)^2}} e^{j(\pi/2 + \varphi)} \quad 4.137$$

Dans le référentiel fixe  $\{\alpha^s, \beta^s\}$  le phaseur des courants de phases prend la forme suivante

$$\underline{\mathbf{I}}_s = \underline{\mathbf{I}}_r e^{j\vartheta_e} = \frac{U - U_i}{\sqrt{R^2 + (\omega_e L)^2}} e^{j(\vartheta_e + \pi/2 + \varphi)} \quad 4.138$$

De la relation précédente, on peut déterminer les courants de chacune des phases

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha^s}(t) \\ i_{\beta^s}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} = \frac{U - U_i}{\sqrt{R^2 + (\omega_e L)^2}} \begin{bmatrix} -\sin(\vartheta_e + \varphi) \\ \cos(\vartheta_e + \varphi) \end{bmatrix} \quad 4.139$$

Le couple respectivement la force deviennent :

– moteur rotatif :

$$T_{em} = K_T i \cos(\varphi) = K_T \frac{U - K_E v}{\sqrt{R^2 + (p\Omega L)^2}} \cos\left(\tan^{-1}\left(p\Omega \frac{L}{R}\right)\right) \quad 4.140$$

– moteur linéaire

$$F_{em} = K_T i \cos(\varphi) = K_T \frac{U - K_E v}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\pi}{\tau_p} v L\right)^2}} \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{\pi}{\tau_p} \frac{L}{R} v\right)\right) \quad 4.141$$

On voit que la force n'est pas fonction de la position. Il n'y a donc pas d'ondulation. En négligeant l'inductance, on obtient une caractéristique équivalente à celle du moteur DC (droite « point-trait » de la Figure 4-53). La réalité montre que la force décroît plus vite pour un moteur synchrone à aimants permanents commandé en tension en boucle fermée. La raison est d'une part l'augmentation de l'impédance série R, L et d'autre part le déphasage des courants par rapport aux tensions induites (distribution  $K_E(x)$  et  $K_T(x)$ ).

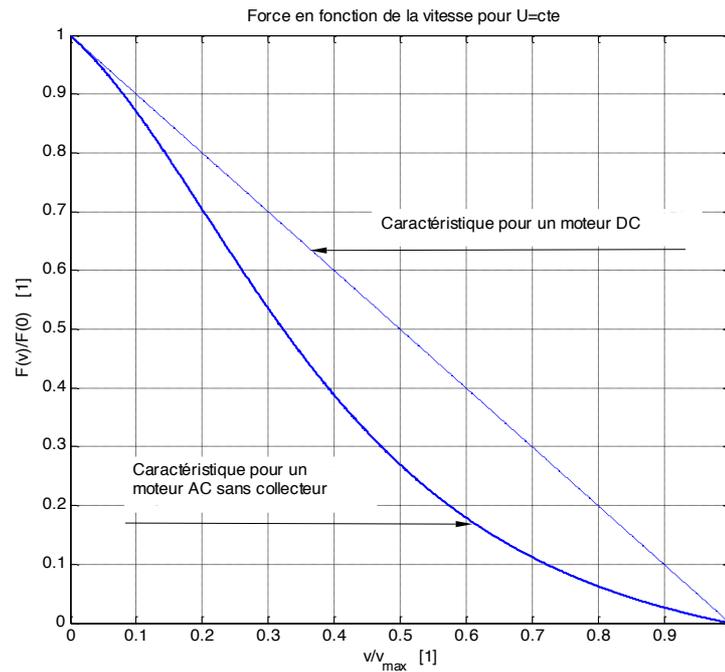


Figure 4-53 : Caractéristique de la force en fonction de la vitesse pour  $U=cte$

### 4.8.3 Moteur triphasé commandé en tension en boucle fermée

Comme pour les moteurs biphasés, le phaseur des tensions de phases est en phase avec le phaseur des tensions induites de mouvement. A partir de phaseur des courants de phases dans le référentiel tournant il est possible de déterminer les courants de phases par la transformation inverse

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ i_3(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_e) & -\sin(\vartheta_e) \\ \cos(\vartheta_e - 2\pi/3) & -\sin(\vartheta_e - 2\pi/3) \\ \cos(\vartheta_e - 4\pi/3) & -\sin(\vartheta_e - 4\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha^r}(t) \\ i_{\beta^r}(t) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_e) & -\sin(\vartheta_e) \\ \cos(\vartheta_e - 2\pi/3) & -\sin(\vartheta_e - 2\pi/3) \\ \cos(\vartheta_e - 4\pi/3) & -\sin(\vartheta_e - 4\pi/3) \end{bmatrix} \frac{U - U_i}{\sqrt{R^2 + (\omega_e L)^2}} \begin{bmatrix} -\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \end{bmatrix} \\
 &= \frac{U - U_i}{\sqrt{R^2 + (\omega_e L)^2}} \begin{bmatrix} -\sin(\vartheta_e + \varphi) \\ -\sin(\vartheta_e - 2\pi/3 + \varphi) \\ -\sin(\vartheta_e - 4\pi/3 + \varphi) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.142}$$

avec

$$\varphi = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega_e L}{R}\right) \tag{4.143}$$

## 4.9 ELÉMENTS DE DESIGN DES MOTEURS AC SYNCHRONES À AIMANTS PERMANENTS

### 4.9.1 Définition du terme AC

Par définition les moteurs AC synchrones à aimants permanents présentent des tensions induites de mouvement de phases sinusoïdales.

### 4.9.2 Les types de bobinages

#### 4.9.2.1 Bobinages rhombiques

Le bobinage rhombique est de type autoportant. Il est réalisé sur un cylindre. Dans le cas d'un couplage triangulaire, les sorties de fils ne demande aucune interruption ce qui facilite sa fabrication. Un des avantages principaux de ce type de bobinage est l'absence de développantes et par conséquent le volume réduit obtenu. La Figure 4-54 illustre la forme du bobinage ainsi que la surface projetée d'une spire. Pour un rotor possédant une paire de pôles, sous la forme d'un seul aimant dont la magnétisation est parallèle, la tension induite de phase est pratiquement sinusoïdale. Ce type de bobinage, pour des raisons de construction débouche souvent sur un couplage triangle, ce qui n'est pas optimum du point de vue asservissement de courant

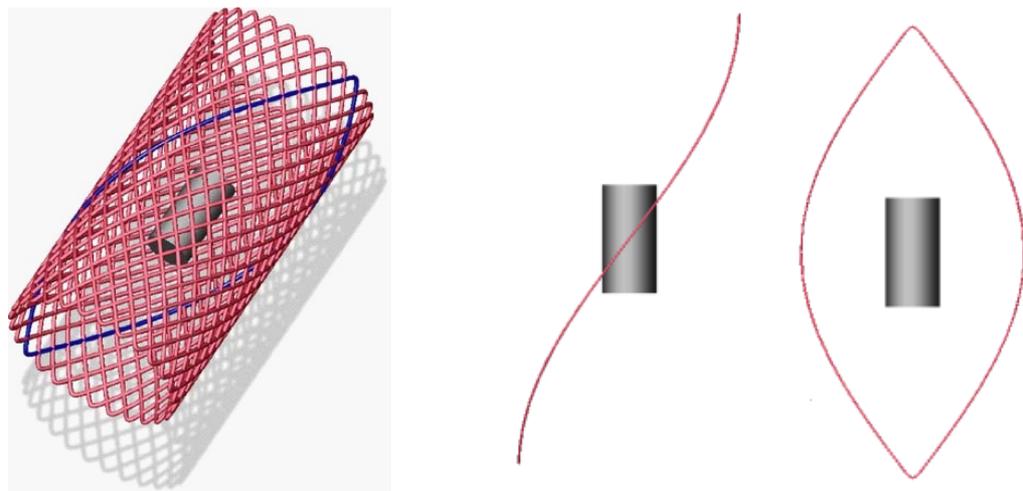


Figure 4-54 : Exemple d'un bobinage rhombique

#### 4.9.2.2 Bobinages répartis

Les moteurs avec encoches statoriques et bobinages répartis présentent, grâce à une répartition judicieuse des spires des distributions de tensions induites sinusoïdales. Contrairement aux bobinages rhombiques, qui sont un cas particuliers, les bobinages répartis présentent des développantes. Pour une longueur de moteur donnée, la partie active se trouve donc réduite.

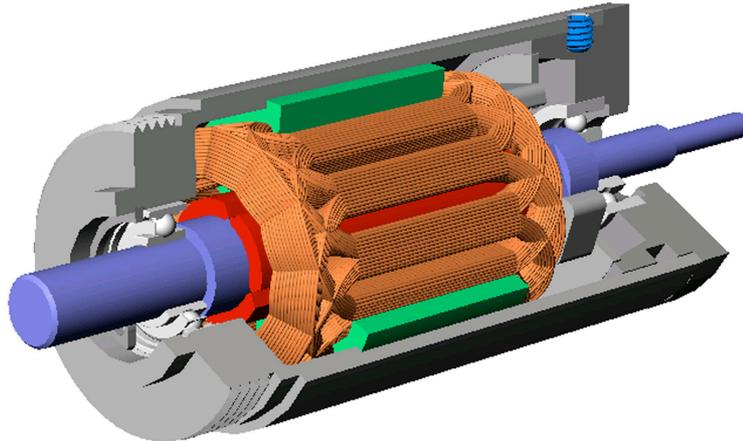


Figure 4-55 : Exemple d'un bobinage réparti

#### 4.9.2.3 Bobinages concentriques

Les moteurs avec slots statoriques et bobinages concentriques peuvent présenter, sous certaines conditions géométriques, des formes d'ondes de tensions induites sinusoïdales. Dans ce cas chaque bobine entoure un seul slot statorique. Ce type de bobinage ne présente pas de développante bien que la longueur du moteur soit supérieure à la partie active.

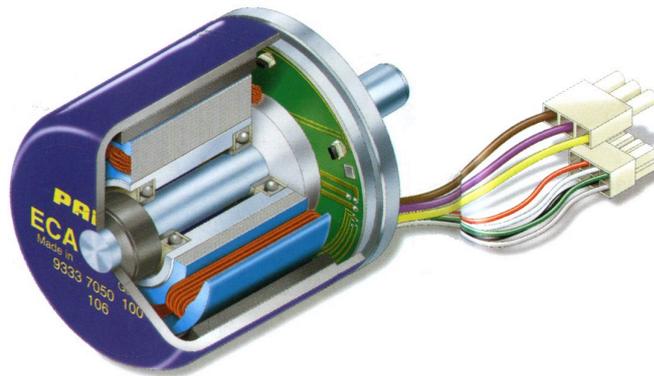


Figure 4-56 : Exemple d'un bobinage concentrique

### 4.9.3 Forme des aimants et nature de l'aimantation

En principe, pour avoir un couplage magnétique sinusoïdal entre rotor et stator, il faut utiliser des aimants à aimantation parallèle au rotor. Lors que le bobinage statorique est de type rhombique le rotor est constitué de deux aimants couvrant chacun la moitié de la périphérie du rotor.

#### 4.9.3.1 Aimantation parallèle

En choisissant correctement l'espace interpolaire et le rapport entrefer / ouverture polaire, il est possible d'obtenir une distribution de la composante normale de l'induction proche d'une sinusoïde. C'est la forme recommandée pour la réalisation de moteurs synchrones auto-commutés à courant sinusoïdal, destinés à tourner à grande vitesse.

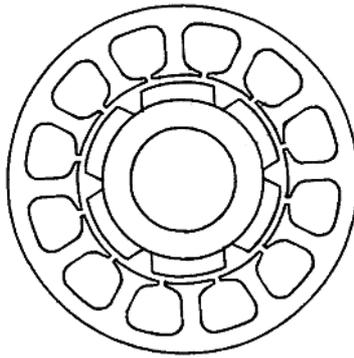


Figure 4-57 : Rotor avec aimants à distribution parallèle

#### 4.9.4 Interaction entre une bobine et une voie d'aimants

Le choix du bobinage est fait en fonction des deux critères suivants :

1. loger le maximum de cuivre pour augmenter de la puissance du moteur,
2. obtenir une forme de tension induite sinusoïdale.

Dans le cas de bobinage concentrique, le constructeur peut agir sur trois paramètres :

- le nombre d'encoches par pôle et par phase,
- le raccourcissement du pas polaire,
- le coefficient d'inclinaison.

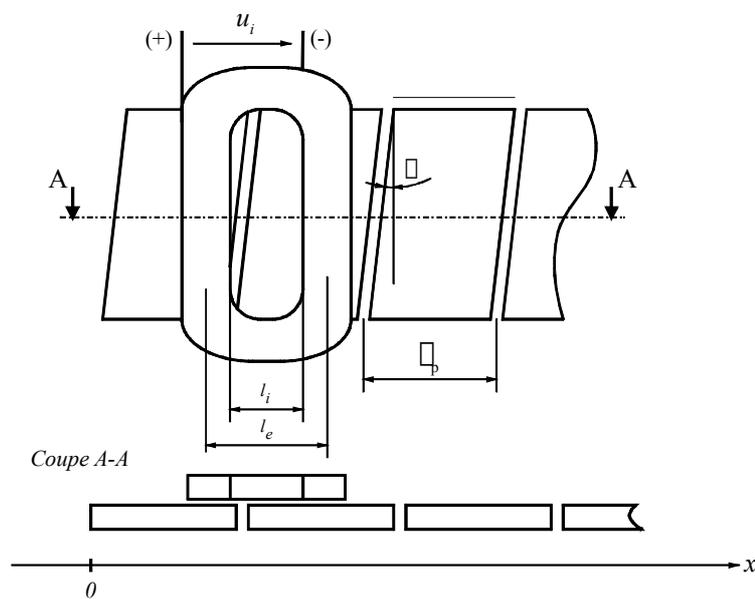


Figure 4-58 : Tension induite pour une aimantation radiale et un bobinage concentrique

On peut ici modifier les paramètres suivants :

- $l_e$  : largeur de la bobine. On admet que sans raccourcissement la largeur de la bobine est égale au pas polaire
- $l_i$  : ouverture de la bobine
- $\alpha$  : angle d'inclinaison de la voie d'aimants
- $\tau_p$  : pas polaire (correspond à la demi-période électrique)

#### 4.9.4.1 Allure de la tension induite

La tension induite de mouvement est une onde dont l'amplitude est proportionnelle à la vitesse et dont la distribution spatiale est fonction de la géométrie du circuit magnétique. Cette distribution est identique à la distribution de la force électromagnétique résultant de la variation des perméances suite à une déformation du circuit magnétique. Ce sujet est vaste et complexe, nous nous limiterons aux cas de la tension induite provoquée par une voie d'aimants sur une bobine. L'idée est de voir l'effet de la géométrie sur la distribution de la tension induite.

Selon les applications et le type de contrôle à disposition, la commande optimale du moteur au niveau du contrôle de couple / force impose le choix d'une distribution de la tension induite particulière. Les trois distributions les plus utilisées sont les distributions triangulaire, trapézoïdale ou sinusoïdale. Les Figure 4-59 à Figure 4-63 illustrent cette distribution en partant d'une distribution de l'induction trapézoïdale (aimantation parallèle des aimants). En connaissant la distribution moyenne de l'induction (sur la longueur de l'aimant) ainsi que la distribution des spires de la bobine, il est possible de calculer le flux moyen pour une position donnée en effectuant un produit de convolution  $\phi(x) = \int B(y) \cdot n(y - x) dy$ .

La Figure 4-59 montre l'allure de la distribution de l'induction à 1 mm au dessus de la voie, le flux moyen traversant la bobine ainsi que la tension induite de mouvement. On voit ici que la distribution de la tension induite est trapézoïdale.

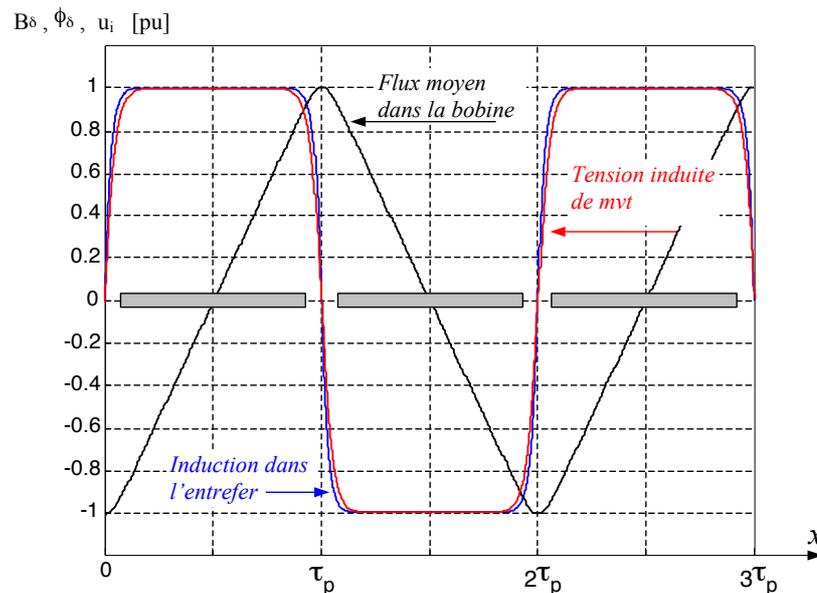


Figure 4-59 : Raccourcissement nul et inclinaison nulle : Distribution quasi trapézoïdale de la tension induite

La Figure 4-60 montre qu'en inclinant les aimants d'un pas polaire, il est possible d'obtenir une tension induite triangulaire (distribution quadratique du flux).

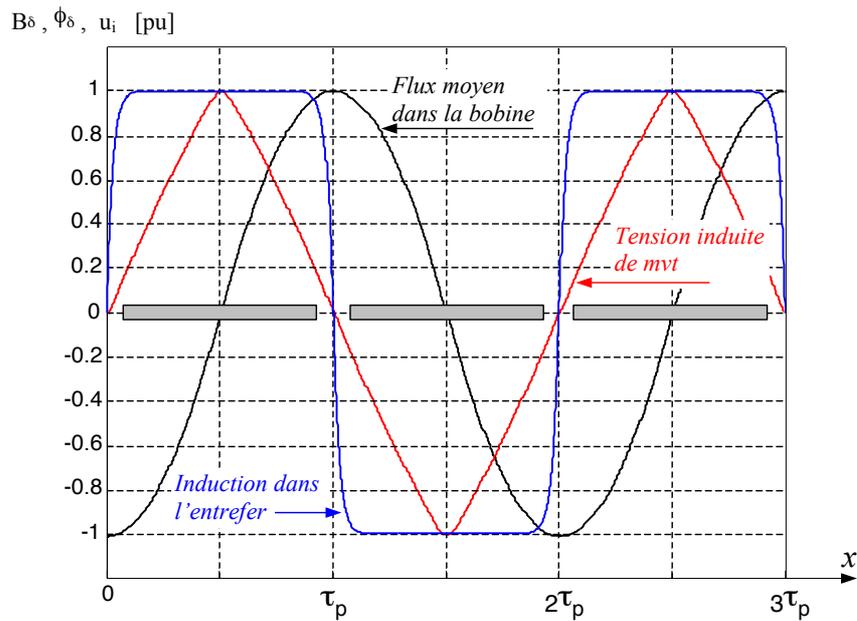


Figure 4-60 : Raccourcissement nul et inclinaison d'un pas polaire : Distribution quasi triangulaire de la tension induite

Les Figure 4-61 et Figure 4-62 montre deux distributions intermédiaires de la tension induite de mouvement.

La Figure 4-61 correspond à une inclinaison ( $\alpha$ ) des aimants et une ouverture de la bobine ( $l_e > l_i$ )

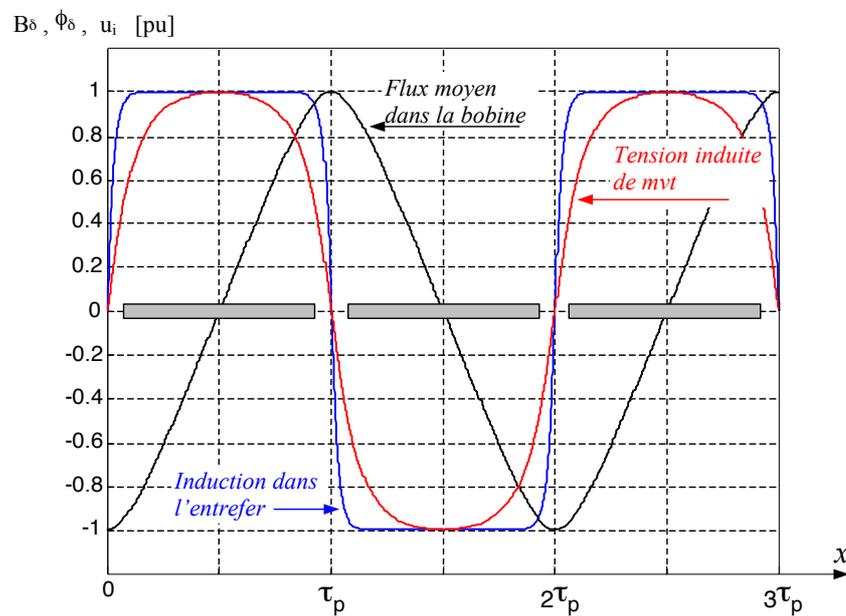


Figure 4-61 : Inclinaison avec raccourcissement nul

La Figure 4-62 correspond à une bobine concentrique ( $l_e \cong l_i$ ) avec raccourcissement ( $l_e < \tau_p$ ).

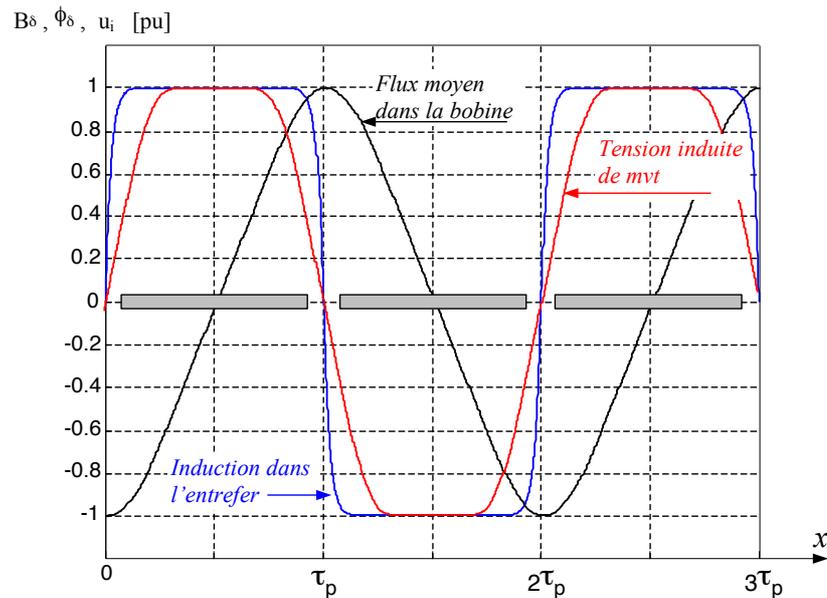


Figure 4-62 : Raccourcissement avec inclinaison nulle

La Figure 4-63 montre un cas optimal d'inclinaison des aimants, d'ouverture de la bobine ( $l_e - l_i$ ) ainsi que de son raccourcissement ( $l_e < \tau_p$ ). On a ici une distribution de la tension induite quasi sinusoïdale. Cette caractéristique est recherchée pour les moteurs synchrones à aimants permanents (AC brushless motor)

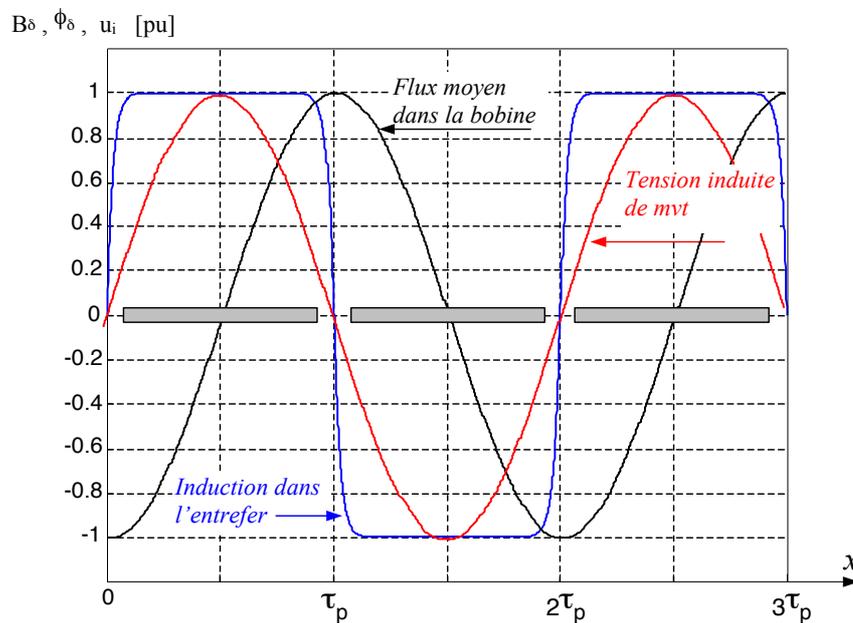


Figure 4-63 : Raccourcissement et inclinaison optimales : Distribution quasi sinusoïdale de la tension induite

## 4.10 EXEMPLE DE MOTEURS AC SYNCHRONES À AIMANTS PERMANENTS

### 4.10.1.1 Moteurs haute vitesse

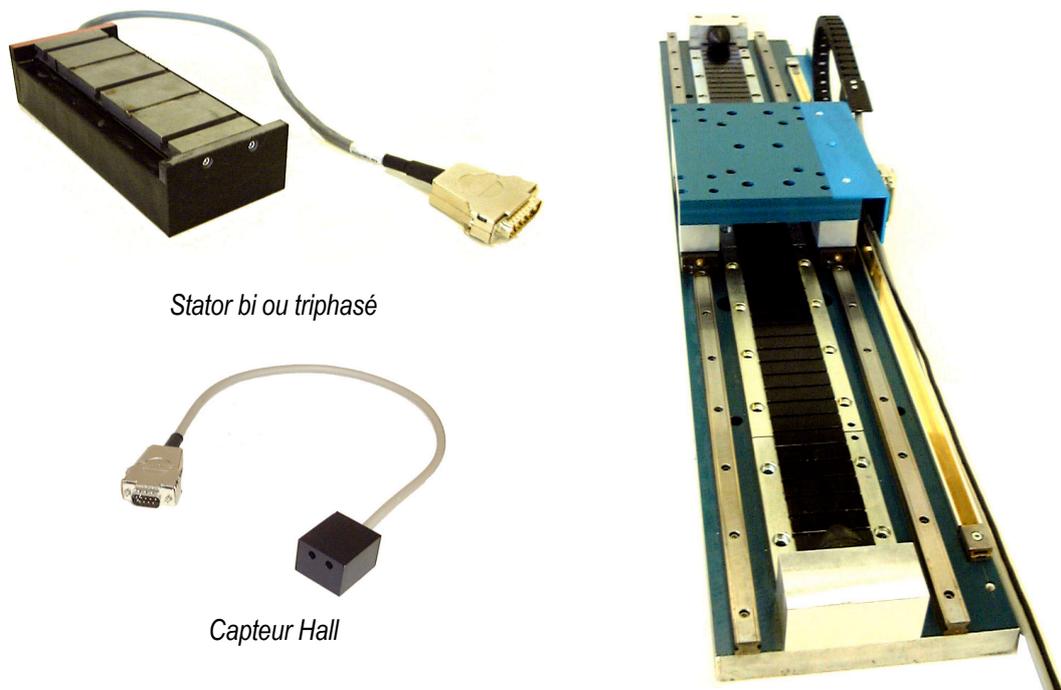
L'outil à main illustré à la Figure 4-64 est constitué d'un multiplicateur mécanique avec renvoi d'angle couplé à un moteur AC synchrone à aimants permanents dont la vitesse nominale de rotation est de 60'000 t/min. Ce moteur a des tensions induites de phases sinusoïdales.



Figure 4-64 : Moteur haute vitesse pour applications dans le domaine dentaire (Bien Air)

### 4.10.1.2 Moteurs linéaires

Le moteur linéaire ci-dessous est constitué d'une voie d'aimants, d'un chariot mobile pouvant supporter un stator biphasé ou triphasé. Le bobinage, breveté, pour des raisons de montage est de type concentrique. Grâce à une optimisation des paramètres électromécaniques ce moteur présente des tensions induites de phases sinusoïdales. L'interaction entre le circuit magnétique statorique et les aimants (discontinuités magnétiques dues aux dents et aux extrémités) provoque l'apparition d'une force réluctante.



Stator bi ou triphasé

Capteur Hall

Figure 4-65 : Moteur linéaire (ETEL)

Le capteur Hall, s'il se trouve à une distance de 10mm de la voie d'aimants donne deux signaux sinusoïdaux déphasés de  $90^\circ$ . On a donc un élément de mesure de position similaire à un codeur optique incrémental sin – cos de faible précision et de faible résolution.

#### 4.10.1.3 Moteurs couples

Les moteurs couples sont utilisés dans la motorisation des radars et des télescopes pour les axes d'azimut et d'élévation. On trouve également de type de moteurs dans les machines de rectification des roulements à billes de fortes dimensions.

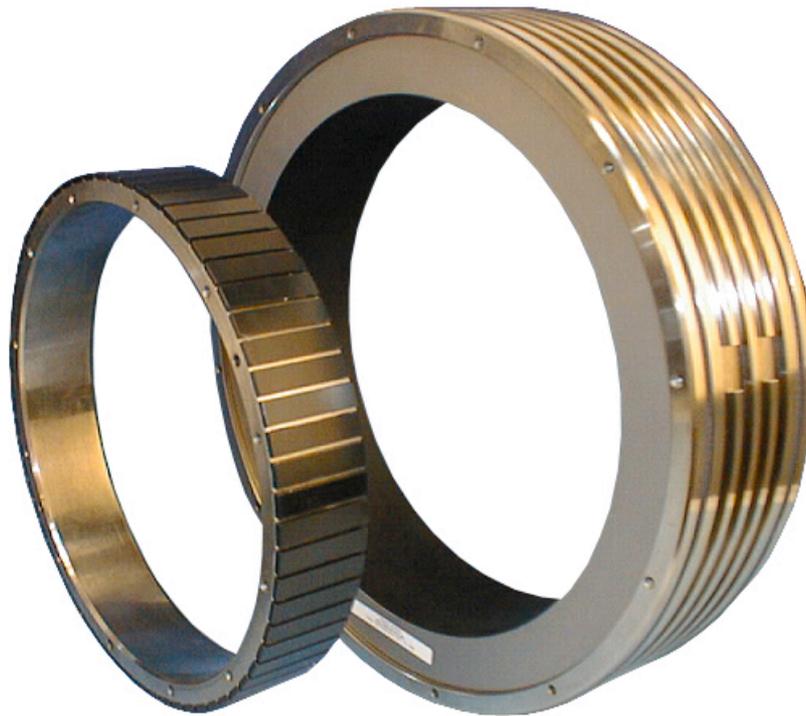


Figure 4-66 : Moteur couple (ETEL)

---

## Bibliographie

- [1] **TRAITE D 'ELECTRICITE**  
ELECTROMECHANIQUE  
Volume IX  
*Auteur : Prof. Marcel Jufer*  
ISBN 2-88074-285-4
  
- [2] **MAGNA PHYSICS PUBLICATIONS – OXFORD SCIENCE PUBLICATION**  
**DESIGN OF BRUSHLESS PERMANENT – MAGNET MOTORS**  
*Auteurs : J.R. Hendershot Jr and Tje Miller*  
ISBN 1-881855-03-1
  
- [3] **OXFORD UNIVERSITY PRESS**  
**STEPPING MOTORS AND THEIR MICROPROCESSOR CONTROLS**  
*Auteurs : Takashi Kenjo and Akira Sugawara*  
ISBN 0-19-859385-6
  
- [4] **ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE**  
**ENTRAINEMENTS ELECTRIQUES II**  
*Auteur : Dr Nicolas Wavre*